Доклады Академии Наук СССР 1934
Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de l'URSS

МАТЕМАТИКА

Академик И. М. ВИНОГРАДОВ

НОВАЯ ОЦЕНКА $G(n)$ В ПРОБЛЕМЕ ВАРИНГА

В этой работе я даю новую оценку известной функции $G(n)$, а именно

$$G(n) < 6n \lg n + 10n,$$

что является величиною порядка $n \lg n$.

Этот порядок, ввиду известного неравенства $G(n) > n$, дальнейшему сколько-либо значительному понижению уже не подлежит.

1. Если B положительное, то $A \ll B$, или $A = O(B)$ будет обозначать, что отношение $|A|$ к B не превосходит постоянного, зависящего только от n. Рассмотрим интеграл

$$I_N = \int_0^1 S_\alpha^2 V_\alpha T_\alpha^{4n-2} e^{-2\pi i \alpha N} d\alpha,$$

где n целое > 3 и

$$S_\alpha = \sum_{u_1} e^{2\pi i \alpha u_1}; \quad V_\alpha = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{u_2} e^{2\pi i \alpha y^n u_2}; \quad T_\alpha = \sum_{x=1}^{3P} e^{2\pi i \alpha x^n}.$$

Здесь, обозначая символом N_0 достаточно большое целое, полагаем

$$\nu = \frac{1}{n}; \quad P = \left[\frac{1}{3} N_0^\nu + 1\right]; \quad Y = \left[\left(\frac{\sqrt{P}}{2}\right)^\nu\right]; \quad N_0 - N_0 P^{-\frac{1}{4}} < N \leqq N_0.$$

Значения чисел u_1 и u_2 составляем так. Положим

$$P_2 = [n^\nu P^{1-\nu}]; \quad R_1 = \left[P^{1-\frac{\nu}{2}}\right]; \quad R_2 = [n^\nu R_1^{1-\nu}]; \quad k = [2n \lg n + n \lg 6].$$

Составим числа

$$v_1 = 1^n, \ 2^n \ldots, \ P_2^n.$$

Между каждыми двумя последовательными значениями v_{11}' и v_1'' числа v_1 мы вставим числа вида $v_1' + w^n$, где w пробегает целые положительные числа, удовлетворяющие условию $v_1' + w^n < v_1''$. Дополнив этими числами ряд чисел v_1, получим новый ряд чисел v_2.

С числами v_2 повторим те же рассуждения. Получим ряд чисел v_3. Далее таким же путем получим числа v_4, числа $v_5, \ldots$, наконец числа $\xi_1 = v_k$.

Число u_1 заставляем пробегать значения

$$u_1 = \xi_1 + x_1^n,$$

где ξ_1 пробегает значения, указанные выше, а x_1 пробегает значения

$$x_1 = P, \quad P+1, \ldots, 2P-1.$$

Легко видеть, что числа u_1 положительны и друг на друга не налегают. Наибольшее из них $< 2^n P^n$, и число их X_1 удовлетворяет условию

$$X_1 \geqslant P^{n-\sigma}; \quad \sigma = n(1-\nu)^k.$$

Число u_2 заставляем пробегать значения

$$u_2 = \xi_2 + x_2^n,$$

где ξ_2 и x_2 пробегают значения, составленные аналогично значениям ξ_1 и x_1, но при условии, что P и P_2 заменены на R_1 и R_2. Числа u_2 также положительны и друг на друга не налегают. Наибольшее из них $< 2^n P^n$, и число их X_2 удовлетворяет условию

$$X_2 \geqslant R_1^{n-\sigma}.$$

Полагая

$$\tau = 2n\, 3^{n-1} P^{n-\frac{1}{2}},$$

интервал $0 \leqq \alpha \leqq 1$ заменим таким: $-\tau^{-1} \leqq \alpha \leqq 1 - \tau^{-1}$. Этот последний мы разобьем на интервалы двух классов с условиями:

I. $\alpha = \frac{a}{q} + z; \quad (a, q) = 1; \quad 1 \leqq q \leqq \sqrt{P}; \quad -\tau^{-1} \leqq z \leqq \tau^{-1}.$

II. Оставшиеся интервалы.

Соответственно этому интеграл I_N разобьется на сумму двух слагаемых

$$I_N = H_1 + H_2.$$

2. Если α принадлежит интервалу II класса, то

$$\sqrt{P} < q \leqslant P^{n-\frac{1}{2}},$$

$$V_\alpha \leqslant \sqrt{X_2 \sum_{y=1}^{Y} \sum_{y_1=1}^{Y} \left| \sum_{x=1}^{2^n R_1^n} e^{2\pi i \alpha (y^n - y_1^n) x} \right|} \leqslant X_2\, Y \sqrt{\frac{R_1^n}{X_2 Y} \left(1 + \frac{\tau^{1+\varepsilon}}{R_1^n Y}\right)} \leqslant$$

$$\leqslant X_2\, Y P^{\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\sigma}{2} - \frac{\nu}{4}}.$$

Ввиду последнего результата находим:

$$H_2 \leqslant P^{4n-2} X_2\, Y P^{\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\sigma}{2} - \frac{\nu}{4}} \int_0^1 \sum_{u_1} \sum_{u_1'} e^{2\pi i \alpha (u_1 - u_1')}\, d\alpha \leqslant$$

$$\leqslant P^{4n-2} X_2\, Y P^{\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\sigma}{2} - \frac{\nu}{4}} \frac{X_1^2}{I^n} P^\sigma \leqslant X_1^2 X_2\, Y P^{3n-2-\delta},$$

где δ положительное, зависящее только от n.

3. Вычисление H_1 выполняется посредством рассуждений, подобных тем, которые применялись и в моих предыдущих работах, посвященных проблеме Варинга. Получим

$$H_1 = \sum_{y=1}^{Y} F_y \sum_{q=1}^{\leqq \sqrt{P}} \sum_{a} E_y + O(X^2 X_2\, Y P^{3n-2-\delta}),$$

где q пробегает числа ряда $0, 1 \ldots, q-1$ взаимно простые с q. Далее F_y зависит только от y, n и N_0 и

$$E_y = e^{-2\pi i \frac{a}{q} N} \left\{ \sum_{\xi_1} e^{2\pi i \frac{a}{q} \xi} \right\}^2 \sum_{u_2} e^{2\pi i \frac{a}{q} y^n u_2} \left(\frac{1}{q} \sum_{r=0}^{q-1} e^{2\pi i \frac{a}{q} r^n} \right)^{4n}.$$

При этом оказывается

$$F_y = D_y\{1 + O(P^{-\delta})\}; \quad \sum_{q=1}^{\leqq\sqrt{P}} \sum_{a} E_y = J_y\{1 + O(P^{-\delta})\},$$

где D_y и J_y вещественные, причем

$$D_y \geqslant P^{3n}; \qquad J_y \geqslant X_1^2 X_2 P^{-2}.$$

4. Результаты пунктов 2 и 3 дают

$$I_{N_0} \geqslant X_1^2 X_2 P^{3n-2}\{1 + O(P^{-\delta})\} \geqslant X_1^2 X_2 P^{3n-2},$$

что и показывает, что $I_{N_0} > 0$. Но I_{N_0} есть число представлений N_0 в форме

$$N_0 = u_1 + u_1' + y^n u_2 + m_1^n + m_2^n + \ldots + m_{4n-2}^n.$$

Правая часть этого равенства есть сумма

$$\leqq 3(k+1) + 4n - 2 < 6n \lg n + 10n$$

слагаемых вида t^n. Отсюда получаем теорему:

Теорема. *Пусть n целое > 3*

$$S = [6n \lg n + 10n].$$

Тогда существует такое постоянное c, зависящее только от n, что всякое целое $N \geqq c$ можно представить в форме

$$N = t_1^n + t_2^n + \ldots + t_s^n,$$

где $t_1, t_2, \ldots, t_s$ *целые* $\geqq 0$.

Физико-математический институт
им. В. А. Стеклова
Академии Наук СССР. Москва.

Поступило
19 XI 1934.

MATHEMATICS

A NEW EVALUATION OF $G(n)$ IN WARING'S PROBLEM

By I. VINOGRADOW, Member of the Academy

The object of the present paper is the well-known function $G(n)$. The obtained result is

$$G(n) < 6n \lg n + 10n.$$

In view of the inequality $G(n) > n$, it is impossible to lower essentially the given order of $G(n)$.

1. By $A \leqslant B$, or $A = O(B)$, B being positive, we denote that the ratio of $|A|$ to B does not exceed a given number depending only on n.

Let us consider

$$I_N = \int_0^1 S_\alpha^2 V_\alpha T_\alpha^{4n-2} e^{-2\pi i \alpha N} d\alpha,$$

where n is an integer > 3 and

$$S_\alpha = \sum_{u_1} e^{2\pi i \alpha u_1}; \qquad V_\alpha = \sum_{y=1}^{Y} \sum_{u_2} e^{2\pi i \alpha y^n u_2}; \qquad T_\alpha = \sum_{x=1}^{3P} e^{2\pi i \alpha x^n}.$$

Denoting by N_0 a sufficiently great integer, we put

$$\nu=\frac{1}{n};\quad P=\left[\frac{1}{3}N_0^{\nu}+1\right];\quad Y=\left[\left(\frac{\sqrt{P}}{2}\right)^{\nu}\right];\qquad N_0-N_0P^{-\frac{1}{4}}<N\leqq N_0.$$

The values of u_1 and u_2 are composed in the following way. Let us put

$$P_2=[n^{\nu}P^{1-\nu}];\quad R_1=\left[P^{1-\frac{\nu}{2}}\right];\quad R_2=[n^{\nu}R_1^{1-\nu}];\quad k=[2n\lg n+n\lg 6].$$

Taking the numbers

$$v_1=1^n,\ 2^n,\ \ldots,P_2^n,$$

we introduce between every two successive values v_1' and v_1'' of v_1 the numbers $v_1'+w^n$, where w runs over all positive integers limited by the condition $v_1'+w^n<v_1''$. Completing the series of v_1 by this new series of integers, we get the series of numbers v_2.

We repeat with regard to v_2 the same reasoning and obtain the series of numbers v_3, and so on till at last we obtain numbers $\xi_1=v_k$.

Number u_1 takes the values

$$u_1=\xi_1+x_1^n,$$

where ξ_1 runs over a range of values mentioned above, and x_1 over the range

$$x_1=P,\ P+1,\ \ldots,2P-1.$$

It is easy to see that the values of u_1 are positive and different from each other. The greatest of them $<2^nP^n$, and their number

$$X_1\geqslant P^{n-\sigma};\quad \sigma=n(1-\nu)^k.$$

u_2 takes the values

$$u_2=\xi_2+x_2^n,$$

where ξ_2 and x_2 run over the values composed as before with a replacement of P and P_2 by R_1 and R_2. Numbers u_2 are positive and different from each other. The greatest of them $<2^nR_1^n$, and their number

$$X_2\geqslant R_1^{n-\sigma}.$$

Putting

$$\tau=2n\,3^{n-1}P^{n-\frac{1}{2}},$$

we replace the interval $0\leqq\alpha\leqq 1$ by $-\tau^{-1}\leqq\alpha\leqq 1-\tau^{-1}$. We divide the latter into parts of two different classes

I. $\alpha=\dfrac{a}{q}+z;\quad (a,q)=1;\quad 1\leqq q\leqq\sqrt{P};\quad -\tau^{-1}\leqq z\leqq\tau^{-1}.$

II. The remaining intervals.

Accordingly, the integral I_N is a sum

$$I_N=H_1+H_2.$$

2. If α belongs to the interval of the II class, then

$$\sqrt{P}<q\leqslant P^{n-\frac{1}{2}},$$

$$V_{\alpha}\leqslant\sqrt{X_2\sum_{y=1}^{Y}\sum_{y_1=1}^{Y}\left|\sum_{x=1}^{2^nR_1^n}e^{2\pi i\alpha(y^n-y_1^n)x}\right|}\leqslant X_2\,Y\sqrt{\frac{R_1^n}{X_2\,Y}\left(1+\frac{\tau^{1+\varepsilon}}{R_1^n\,Y}\right)}\leqslant$$

$$\leqslant X_2\,YP^{\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\sigma}{2}-\frac{\nu}{4}}.$$

On this ground

$$H_2 \ll P^{4n-2} X_2 YP^{\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\varrho}{2}-\frac{\nu}{2}} \int_0^1 \sum_{u_1} \sum_{u_1'} e^{2\pi i\alpha(u_1-u_1')}\, d\alpha \ll$$

$$\ll P^{4n-2} X_2 YP\left(1-\frac{\nu}{2}\right)\frac{\delta}{2}-\frac{\nu}{4}\frac{X_1^2}{Pn}\, P^{\sigma} \ll X_1^2 X_2\, YP^{3n-2-\delta},$$

where δ is a positive number depending only on n.

3. The calculation of H_1 is effected by means of reasonings similar to those used in my previous papers dealing with Waring's problem. We obtain

$$H_1 = \sum_{y=1}^{Y} F_y \sum_{q=1}^{\leqq\sqrt{P}} \sum_{a} E_y + O(X_1^2 X_2\, YP^{3n-2-\delta}),$$

where a runs over $0, 1, \ldots, q-1$ is prime to q, F_y depends only on y, n, N_0,

$$E_y = e^{-2\pi i\frac{a}{q}N} \left\{\sum_{\xi_1} e^{2\pi i\frac{a}{q}\xi}\right\} \sum_{u_2} e^{2\pi i\frac{a}{q}y^n u_2} \left(\frac{1}{q}\sum_{r=0}^{q-1} e^{2\pi i\frac{a}{q}r^n}\right)^{4n},$$

and

$$F_y = D_y\{1+O(P^{-\delta})\}; \qquad \sum_{q=1}^{\leqq\sqrt{P}} \sum_{a} E_y = J_y\{1+O(P^{-\delta})\},$$

where D_y and J_y are real, and

$$D_y \geqslant P^{3n}; \qquad J_y \geqslant X_1^2 X_2 P^{-2}.$$

4. It follows from 2 and 3 that

$$I_{N_0} \geqslant X_1^2 X_2 P^{3n-2}\{1+O(P^{-\delta})\} \geqslant X_1^2 X_2 P^{3n-2},$$

which shows that $I_{N_0} > 0$. But I_{N_0} is the number of representations of N_0 in the form

$$N_0 = u_1 + u_1' + y^n u_2 + m_1^n + m_2^n + \ldots + m_{4n-2}^n.$$

The right part of this equality is a sum of terms t^n whose number does not exceed

$$3(k+1)+4n-2 < 6n\lg n + 10n.$$

So we get the following theorem:

Theorem. *Let n be an integer >3 and*

$$S = [6n\lg n + 10n].$$

Then there exists such a number c depending only on n, that every $N \geqq c$ may be represented as a sum

$$N = t_1^n + t_2^n + \ldots + t_s^n,$$

where $t_1, t_2, \ldots, t_s$ are integers $\geqq 0$.

V. Stekloff Physico-Mathematical Institute
of the Academy of Sciences of the USSR. Moscow.

Received
19. XI. 1934.

МАТЕМАТИКА

А. Я. ГОРГИДЗЕ

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ В ПРИМЕНЕНИИ К ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

(*Представлено академиком И. М. Виноградовым 1 XI 1934*)

Пусть дана многосвязная бесконечная область G, ограниченная контуром C, где C есть совокупность замкнутых контуров $C_1, C_2, \ldots, C_n$.

Требуется определить регулярную бигармоническую функцию w в области G, если известны контурные значения производных

$$\frac{\partial w}{\partial x} + i\frac{\partial w}{\partial y}$$

на каждом отдельном контуре $C_1, C_2, \ldots, C_n$.

Аналогичная задача для случая двусвязной области решалась С. Г. Михлиным [1].

Для решения нашей задачи применим метод, который будет являться развитием метода С. Г. Михлина.

Обозначим значение выражения

$$\frac{\partial w}{\partial x} + i\frac{\partial w}{\partial y}$$

на контуре C через $u_0 + iv_0$.

Введем в рассмотрение n односвязных областей $G_1, G_2, \ldots, G_n$, где G_{1k} $(k = 1, 2, \ldots, n)$ есть внешность контура C_k. Общая часть этих односвязных областей G_k дает рассматриваемую область G.

Мы будем искать решение, удовлетворяющее граничным условиям с точностью до произвольных слагаемых постоянных, которые могут быть различны на разных контурах.

Для построения первого приближения составим сумму:

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial w_k^{(1)}}{\partial x} + i\frac{\partial w_k^{(1)}}{\partial y}\right), \qquad [1]$$

где $w_k^{(1)}$ есть регулярная бигармоническая функция, построенная в области G_k, по заданиям на контуре C_k.

Обозначим значение [1] на контуре C через $u^{(1)} + iv^{(1)}$ и вычислим разность

$$u_0 + iv_0 - (u^{(1)} + iv^{(1)}) = u_1 + iv_1. \qquad [2]$$

Построим по заданиям [2] на контуре C_k регулярную бигармоническую функцию $w_k^{(2)}$ в области G_k и составим сумму

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial w_k^{(2)}}{\partial x} + i\frac{\partial w_k^{(2)}}{\partial y}\right). \qquad [3]$$

Обозначим значение [3] на контуре C через $u^{(2)} + iv^{(2)}$ и вычислим разность

$$u_1 + iv_1 - (u^{(2)} + iv^{(2)}) = u_2 + iv_2. \qquad [4]$$

Вообще, если построим функции $w_k^{(r)}$, регулярные, каждую не соответственного контура C_k, то следующее приближение $w_k^{(r+1)}$ строится таким образом: по заданиям

$$u_{r-1} + iv_{r-1} - (u^{(r)} + iv^{(r)}) = u_r + iv_r \qquad (r = 1, 2, \ldots) \qquad [5]$$

на контуре C_k строим регулярную бигармоническую функцию $w_k^{(r+1)}$ в области G_k, и составим сумму

$$\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right). \qquad [6]$$

Обозначим значение [6] на контуре C через $u^{(r+1)}+iv^{(r+1)}$ и вычислим разность

$$u_r+iv_r-(u^{(r+1)}+iv^{(r+1)})=u_{r+1}+iv_{r+1}. \qquad [7]$$

Таким образом мы построим функции $w_k^{(1)}, w_k^{(2)}, \ldots$, сумма которых

$$W=\sum_{r=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}w_k^{(r)} \qquad [8]$$

дает решение, если ряд, стоящий в правой части [8] будет равномерно сходящимся, также как и ряды первых производных членов этого ряда.

Известно,(2) что если $z=\omega_k(\zeta_k)$ есть отображающая функция области G_k на круг γ_k единичного радиуса, то

$$\frac{\partial w_k}{\partial x}+i\frac{\partial w_k}{\partial y}=\varphi_k'(\zeta_k)+\frac{\omega_k(\zeta_k)}{\omega_k'(\zeta_k)}\overline{\varphi_k'(\zeta_k)}+\overline{\psi_k(\zeta_k)}, \qquad [9]$$

где $\varphi_k(\zeta_k)$ и $\psi_k(\zeta_k)$ регулярные функции внутри круга γ_k и $\varphi_k(0)=0$.

В случае внешней области, для определения функции $\varphi_k(\zeta_k)$ и $\psi_k(\zeta_k)$ по методу проф. Н. И. Мусхелишвили получим следующие интегральные уравнения:

$$\varphi_k'(\tau)+\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_k}\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{\omega_k^0(\sigma_k)-\omega_k^0(\tau)}{\omega_k'(\sigma_k)(\sigma_k-\tau)}\right]\overline{\varphi_k'(\sigma_k)}\,d\sigma_k=A_k'(\tau) \qquad [10]$$

$$\psi_k(\zeta_k)+\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma_k}\frac{\overline{\omega_k(\sigma_k)}}{\omega_k'(\sigma_k)}\cdot\frac{\varphi_k'(\sigma_k)}{\sigma_k-\zeta_k}\,d\sigma_k=B_k(\zeta_k), \qquad [11]$$

где $A_k(\zeta_k)$ и $B_k(\zeta_k)$ известные функции.

Из уравнения [10] найдем $\varphi_k'(\tau)$, а следовательно $\varphi_k'(\zeta_k)$, откуда найдем $\varphi_k(\zeta_k)$. Далее из [11] найдем $\psi_k(\zeta_k)$, а из [9]

$$\frac{\partial w_k}{\partial x} \quad \text{и} \quad \frac{\partial w_k}{\partial y}.$$

Пусть

$$\left|\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial y}\right|<M,\ \left|\frac{d}{d\zeta_{ee}}\left(\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial y}\right)\right|<M,\ \left|\frac{d^2}{d\zeta^2_{ee}}\left(\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r)}}{\partial y}\right)\right|<M, \qquad [12]$$

где M постоянная.

Для $r+1$-го приближения получаем (1):

$$\left|\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right|<MD_0r_{ke},\ \left|\frac{d}{\partial\zeta_{ee}}\left(\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_l^{(r+1)}}{\partial y}\right)\right|<\frac{MD_1r_{ke}}{1-r_{ke}},$$
$$\left|\frac{d_2}{d\zeta^2_{ee}}\left(\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x}+i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right)\right|<\frac{MD_2r^2_{ke}}{(1-r_{ke})^2}, \qquad [13]$$

где D_0, D_1 и D_2 суть постоянные, независящие от расстояния между контурами, $r_{ke}=|\zeta_k|$ обозначает радиус круга γ_k, $\frac{d}{d\zeta_{ee}}$ есть производная по контуру e на плоскости G_e.

Выразим правые части последних неравенств через расстояния между контурами. Для этой цели используем теорему Лоунера (3) о конформном отображении.

Если обозначим наименьшее расстояние между контурами C_k через R и используем теорему Лоунера, то получим

$$\frac{r_{ke}}{1-r_{ke}} < \frac{1}{R}. \qquad [14]$$

Тогда из неравенств [13] следует, при достаточно большом R,

$$\left|\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x} + i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right| < \frac{DM}{R}, \quad \left|\frac{d}{d\zeta_{ee}}\left(\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x} + i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right)\right| < \frac{DM}{R},$$
$$\left|\frac{d^2}{d\zeta_{ee}^2}\left(\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial x} + i\frac{\partial w_k^{(r+1)}}{\partial y}\right)\right| < \frac{DM}{R}, \qquad [15]$$

где D есть наибольшая величина из D_0, D_1 и D_2.

Ряды контурных заданий и их производных при достаточно большом R абсолютно и равномерно сходятся. Теперь легко показать также абсолютную и равномерную сходимость ряда [8].

К рассмотренной проблеме сводится задача о напряжениях в n связной области, при заданных напряжениях на контуре этой области. Эта задача имеет решение, если главный вектор действующих внешних сил равен нулю. Изложенный метод требует непрерывности

$$\frac{\partial w_k}{\partial x} + i\frac{\partial w_k}{\partial y}$$

на контуре C_k ($k = 1, 2, \ldots, n$), что равносильно требованию равенства нулю главного вектора внешних сил отдельно на каждом контуре. Но это требование для наших последовательных приближений выполнено.

Указанный метод применим и в случае, когда на контуре заданы смещения или смещения на одних контурах и напряжения на других.

Этот метод также применим в случае конечной области и в том случае, когда один из контуров уходит на бесконечность.

Научно-исследовательский институт
математики и механики
Ленинградского государственного
университета им. А. С. Бубнова.

Поступило
1 XI 1934.

MATHEMATIK

DIE METHODE DER SUKZESSIVEN APPROXIMATIONEN IN EINEM FLACHEN PROBLEM DER ELASTIZITÄTSTHEORIE

Von A. GORGIDZE

(*Vorgelegt von I. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 1. XI. 1934*)

Das Thema der vorliegenden Arbeit ist die Lösung des folgenden Problems: es sei ein mehrfach zusammenhängendes unendliches Gebiet G gegeben, begrenzt durch die Grenzlinien $C_1, C_2, \ldots, C_n$. Es wird eine reguläre biharmonische Funktion w im Gebiet G gesucht, bei bekannten Randwerten der Ableitungen $\frac{\partial w}{\partial x}$ und $\frac{\partial w}{\partial y}$.

Zur Auflösung dieses Problems wenden wir die Methode von S. Michlin (1) an, indem wir sie etwas erweitern.

Nach der erwähnten Methode wird die Reihe [8] gebildet und es wird bewiesen, dass sie eine gleichmässig konvergente sei, ebenso wie auch die Reihen ihrer ersten Albeitung, falls nur die Grenzen $C_1, C_2, \ldots C_n$ genügend voneinander entfernt sind.

Forschungsinstitut für Mathematik und
Mechanik der Universität Leningrad.

Eingegangen
d. 1. XI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] С. Г. Михлин. Тр. СИ АН, № 39, 1934. S. Michlin. Public. de l'Institut Séismologique Acad. Sci. URSS, № 39, 1934. [2] Н. И. Мусхелишвили. Некоторые задачи теории упругости. N. Muschelišwili. Math. Ann., Bd. 107, H. 2, 1932, S. 282—312. [3] Lowner. Math. ZS., Bd. 3, 1919, S. 65—77.

МАТЕМАТИКА

А. И. ПОПОВ

О НЕКОТОРЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ ПРОСТЕЙШИХ РАЗРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ

(*Представлено академиком И. М. Виноградовым 31 VII 1934*)

Обозначения: $\{x\}$ дробная часть x; $\alpha(x)=1$ при x целом и нулю в остальных случаях:

$$\rho(x)=\frac{1}{2}-\{x\}-\frac{1}{2}\alpha(x)=\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sin 2\pi nx}{n}; \qquad [1]$$

$$(x)=\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{\sin 2\pi nx}{n}; \qquad [2]$$

$f(x)$ функция, удовлетворяющая условиям Дирихле;* $\sigma(x)=x+\rho(x)$; $\zeta(s)$ известная функция Римана, $\tau(n)$ число делителей n.

1°. Легко заметить, что

$$\int_a^b f(x)\,d\sigma(x)=\sum_{n\geqslant a}^{n\leqslant b}{}' f(n), \qquad [3]$$

где значек $'$ при сумме показывает необходимость взять $f(a)$ и $f(b)$ с коэффициентом $\frac{1}{2}$, если a и b целые числа, а под $f(n)$ понимаем

$$\frac{f(n+0)+f(n-0)}{2}.$$

Поэтому, при соблюдении принятых условий, можно считать

$$d\sigma(x)=\alpha(x);$$

если же x не переходит через данное значение, приближаясь к нему с одной стороны, то

$$d\sigma(x)=\frac{1}{2}\alpha(x).$$

Формула [3], если принять во внимание [1], есть формула суммирования Пуассона.**

2°. Предыдущие замечания показывают, что соотношение

$$\int_0^1 f(x)\,d\sigma(x-u)=\frac{f(u+0)+f(u-0)}{2}, \qquad 0<u<1 \qquad [4]$$

если обратиться вновь к [1], доставляет тригонометрический ряд Фурье

* Это не является необходимым и принято нами для простоты.

** Ср. формулу суммирования Н. Я. Сонина (1).

3⁰. Двойной интеграл, распространенный на плоскую область S,

$$\iint_S f(x, y)\, d\sigma(x)\, d\sigma(y) = \sum_{m, n}{}' f(m, n), \qquad [5]$$

где m, n — координаты целочисленных точек, лежащих в области.

Пусть $f(x, y) = 1$; область:

$$ax^2 + cy^2 \leqslant z; \quad a > 0,\ c > 0, \quad ac = D;$$

$M(n)$ число представлений n формой $ax^2 + cy^2$. Принимая во внимание [1] и свойства функций Бесселя, будем иметь из [5] при этих предположениях:*

$$1 + \sum_{n \leqslant z}{}' M(n) = \frac{\pi z}{\sqrt{D}} + \sqrt{z} \sum_{n=1}^{\infty} M(n) \frac{J_1\left(2\pi \sqrt{\frac{nz}{D}}\right)}{\sqrt{n}} \qquad [6]$$

Пользуясь, соответственно, гиперболической областью и замечательными интегралами Харди (²), получим формулу Г. Ф. Вороного для $\sum_{n \leqslant z} \tau(n)$ (³). Впрочем, можно найти гораздо более общие формулы, чем [6] или ряд Вороного. Замечательно, что остаточные члены этих формул, выраженные рядами колеблющихся и убывающих функций, ограничены, при соблюдении на контуре области S условий И. М. Виноградова,** соответствующими неравенствами, дающими возможность сделать некоторые интересные выводы.

4⁰. Очевидное равенство

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{1-s} + s \int_1^n \rho(x)\, x^{-s-1}\, dx = 1 + \frac{1}{2^s} + \frac{1}{3^s} + \cdots + \frac{1}{(n-1)^s} + \frac{1}{2n^s} - \frac{n^{1-s}}{1-s} \qquad [7]$$

полезно в теории $\zeta(s)$. Можно пользоваться для $0 < R(s) < 1$ еще интегралом

$$s \int_0^{\infty} \frac{\rho(x)}{x^{1+s}}\, dx. \qquad [8]$$

Функцию

$$\zeta_1(s) = s \cdot \int_0^{\infty} \frac{(x)}{x^{1+s}}\, dx \qquad [9]$$

можно употребить для непосредственного доказательства функционального уравнения Римана (здесь, конечно, нельзя пользоваться соображениями, указанными в 1⁰, 2⁰, 3⁰).

5⁰. Теория Эйлеровой функции $\Gamma(x)$ заключается в соотношении

$$\int_0^{\infty} \frac{\rho(\alpha)\, d\alpha}{x + \alpha} = \log \Gamma(x) - \left(x - \frac{1}{2}\right) \log x + x - \frac{1}{2} \log 2\pi = \frac{\theta(x)}{12x} *** \qquad [10]$$

* Частный случай этой формулы находится в „Zahlentheorie“ Landau.

** Условия эти находятся в известной работе И. М. Виноградова „Новый способ для получения асимптотических выражений арифметических функций“ (⁴).

*** Эта формула находится в „Correspondance d'Hermite et de Stieltjes“. Она легко получается из простого интеграла

$$\int_0^{\infty} \rho(\alpha) e^{-\alpha x}\, d\alpha = \frac{1}{x}\left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{1}{x} + \frac{1}{2}\right)$$

или из равенства:

$$\int_n^{n+1} \frac{\rho(\alpha)\, d\alpha}{x + \alpha} = \left(x + n + \frac{1}{2}\right) \log\left(1 + \frac{1}{x + n}\right) - 1.$$

Как на приложение равенства [10] укажем значение определенного интеграла

$$\int_0^\infty \frac{e^{-x}\log x}{x}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{e^x-1}\right)dx=\left(\frac{1}{2}\log 2\pi-1\right).C-1-\frac{\zeta''(0)}{2}, \qquad [11]$$

где C постоянная Эйлера. Подобные выражения существуют и тогда, если взять $(\log x)^k$ вместо $\log x$ (k целое).

6°. Можно рассматривать формулы суммирования, обращенные с помощью известного принципа Дедекинда, при посредстве функции Мёбиуса $\mu(n)$; напр., для формулы Пуассона и пределов 0 и 1:

$$2\int_0^1 f(x)\cdot\cos 2\pi x\cdot dx=$$

$$=\sum_{n=1}^{\infty}\mu(n)\left[\frac{\frac{1}{2}f(0)+f\left(\frac{1}{n}\right)+f\left(\frac{2}{n}\right)+\cdots+f\left(\frac{n-1}{n}\right)+\frac{1}{2}f(1)}{n}-\int_0^1 f(x)\,dx\right]. \qquad [12]$$

Для $f(x)=\log\Gamma(\lambda+x)$ отсюда получается любопытная формула, содержащая функцию $\theta(x)$ равенства [12]. Аналогичные формулы имеются и для некоторых других функций.

Отсюда же находим формулы квадратур с остаточным членом, выраженным через коэффициенты разложения функции $f(x)$ в ряд Фурье.* Это находит приложение, например, в теории функций Бесселя и т. д.

7°. Других, весьма многочисленных применений простейших разрывных функций касаться не будем. Отметим только, что функций, подобных [1] и [2], может быть построено бесконечное множество, причем каждая из них дает соответствующую формулу суммирования, функции, аналогичные $\Gamma(x)$, $\zeta(s)$ и т. п.

Ленинградский машиностроительный институт.

Поступило
20 IV 1934.

MATHEMATIK

ÜBER EINIGE ANWENDUNGEN DER EINFACHSTEN DISKONTINUIERLICHEN FUNKTIONEN

Von A. POPOV

(*Vorgelegt von I. Vinogradow, Mitglied der Akademie, d. 31. VII. 1934*)

ZUSAMMENFASSUNG

In vorliegender Mitteilung bringt Verfasser einige Anwendungen von diskontinuierlichen Funktionen, wozu Formeln [1] und [2] des russischen Textes Beispiele liefern.

Maschinenbau-Institut.
Leningrad.

Eingegangen
d. 20. IV. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Н. Я. Сонин. Варшавские университетские известия, 1885. [2] Hardy. Messenger of Mathem., XL, 1911, 44—51. [3] Ann. Éc. Norm., 1904. [4] ИРАН, 1917, стр. 1347, § 5. [5] В. А. Фок. ИАН, 1932, № 4.

* Пример подобного вида остаточного члена находится в работе В. А. Фока „Об остаточном члене некоторых формул квадратур“ ([5]).

АСТРОНОМИЯ

Н. С. АСТАПОВИЧ

НОВОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ГЕЛИОЦЕНТРИЧЕСКОЙ СКОРОСТИ МЕТЕОРОВ ПО МЕТОДУ ВАРИАЦИИ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 21 IX 1934*)

1. Как известно, Дж. Скиапарелли ([1, 2]) впервые дал теорию суточной и годичной вариации числа метеоров; базируясь на определениях часовых чисел Кульвье-Гравье (Coulvier-Gravier) (Париж) и Шмидта (Schmidt) (Афины), он впервые получил среднее значение гелиоцентрической скорости метеоров, близкое к параболическому ($c = 1.44$ в единицах круговой скорости при радиусе орбиты, равном единице). Ниссль ([3]) в 1878 г. из наблюдений Грега (Greg) и др. получил эмпирическую формулу с численными коэффициентами, удовлетворительно представляющую наблюдения, а, переработав ряды Кульвье-Гравье-Шмидта, а также Тупмана (Tupman) и Цециоли (Zezioli), получил, что наилучшее согласие с наблюдениями может дать предположение гелиоцентрической скорости $c < \sqrt{2}$, т. е. гиперболической. В этом случае можно было ожидать в распределении радиантов указание на космическое движение солнечной системы; А. Тилло в 1895 г., употребив каталог 1490 радиантов И. Клейбера, заключил ([4]), что заметной концентрации последних у апекса не замечается; впрочем исходный материал являлся крайне неоднородным и ненадежным. Г. Ф. Ниссль в 1895 г. ([5]) математически рассмотрел вопрос о теоретическом распределении метеорных орбит в зависимости от движения солнечной системы; Н. Герц 1898 ([6]) повторил эту работу, но из сравнения с наблюдениями не получил заметных указаний на подобную зависимость. Автором в 1929 г. ([7]) для 288 радиантов, наблюдавшихся в СССР в 1925—1929 гг., было получено указание на некоторое сгущение радиантов близ апекса солнечной системы. Ряды наблюдений над суточной вариацией числа метеоров были проведены позже Вольфом (Wolf), Деннингом (Denning), Оливье (Olivier), Гофмейстером (Hoffmeister), Гейброком (Heybrock) и др., а в последнее время Американским метеорным обществом (A. M. S.) и особенно ценные для южного полушария Макинтошем (McIntosh) (Новая Зеландия).

2. Прямым развитием идей Скиапарелли явились замечательные работы К. Гофмейстера (Зоннеберг), начиная с 1922 г. ([8, 12, 13]). Он дал ([8]) общее выражение для относительного числа метеоров N в функции зенитного расстояния апекса

$$N = \int_0^{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left\{ \left[\cos E' + (c^2 + \cos^2 E' - 1)^{\frac{1}{2}} \right]^3 \sin\zeta \cos\zeta / (c^2 + \right.$$

$$\left. + \cos^2 E' - 1)^{\frac{1}{2}} \right\} d_\alpha \, d\zeta, \qquad [1]$$

где α угол между вертикалом элемента поверхности и вертикалом апекса Земли, ζ — зенитное расстояние элемента, z — зенитное расстояние апекса, а $\cos E' = \cos z \cos\zeta + \sin\zeta \sin z \cos\alpha$.

Опираясь на свои наблюдения 1909—1922 гг. и численно интегрируя выражение [1], К. Гофмейстер получил, что предположение параболической скорости $c = \sqrt{2} = 1.41\ldots$ не удовлетворяет наблюдениям (в этом

случае $^7/_8$ всех радиантов лежало бы на полусфере с апексом в полюсе) и наиболее вероятна гиперболическая скорость $c = 2.4$; обработка рядов Кульвье-Гравье, Шмидта и Гейброка подтвердила это. Фесенков и Щиголев [9], перевычислив ряд Гофмейстера (5573 метеора из 848 часов наблюдений), обнаружили, что он не может содержать значительного процента эллиптических орбит и основная масса метеоров должна иметь космическое происхождение. Специальные работы по определению скоростей метеоров проводила Аризонская метеорная экспедиция Гарвардской обсерватории 1930—1933 гг. и Антарктическая экспедиция Бэрда (Byrd) 1933 г. Н. Штауде [10] удалось проинтегрировать выражение [1] и она получила

$$N = \frac{\pi}{2}(c + \cos z)^2. \qquad [2]$$

Геппергер [11] поставил вопрос о влиянии зенитного притяжения как факторе, возмущающем N; Гофмейстер в 1931 г. дал вывод общего выражения для N с учетом зенитного притяжения, уменьшающего, как известно, ζ до значения ζ', связанного с ним соотношением, выведенным Скиапарелли:

$$\operatorname{tg}\frac{1}{2}(\zeta - \zeta') = \frac{\bar{v}_g - v_g}{\bar{v}_g + v_g} \cdot \operatorname{tg}\frac{1}{2}\zeta, \qquad [3]$$

причем

$$\bar{v}_g^{\,2} = v_g^2 + 2g \cdot R.$$

Здесь v_g есть геоцентрическая скорость метеоров, $\bar{v}_g$ — она же, увеличенная притяжением Земли, R — расстояние от центра массы Земли до метеора и g — ускорение силы тяжести на расстоянии R. Число метеоров N_ζ, соответствующее зенитному расстоянию элемента полусферы ζ, по Гофмейстеру определяется функцией

$$N_\zeta = \sin\zeta\cos\zeta' \int_0^{\pi} \left[\cos E' + (c^2 + \cos^2 E' - 1)^{\frac{1}{2}}\right]^3 \cdot (c^2 + \cdot + \cos^2 E' - 1)^{-\frac{1}{2}} \cdot d\alpha, \qquad [4]$$

а, интегрируя, найдем $N = N_\zeta \cdot \frac{\pi^2}{2}$. Сравнение с функцией [2] позволяет представить N интегралом Штауде с эмпирической поправкой Гофмейстера на зенитное притяжение, полученной в результате численного интегрирования [4]:

$$N = \frac{\pi}{2}(c + \cos z)^2 + A\cos\frac{z}{m}; \qquad [5]$$

в данном случае $A = +0.138$, $m = 4$.

Последним выражением мы пользовались при обработке наблюдений 1925 г.

3. Наблюдения над определением часовых чисел метеоров производились автором с апреля по декабрь 1925 г. включительно в г. Николаеве, УССР ($\varphi = 46°58'8$, $\lambda = -2^h\,07.^m9$); почти каждая ясная безлунная ночь использовалась для наблюдений; в основном фиксировалась область в NO части неба близ зенита; влияние посторонних источников света было ничтожно; к сожалению, труднее учесть влияние сумерек в ранние часы наблюдений. Общее число зарегистрированных метеоров было 1594 в течение 148.4 часов наблюдений, откуда среднее абсолютное число $n = 10.78$, что несколько выше выведенного из наблюдений в более высоких широ-

тах. Табл. 1 содержит средние часовые числа метеоров n, соответствующие среднему зенитному расстоянию апекса z; значения последних определялись помощью номограммы, обеспечивающей достаточную точность до 1°.

Таблица 1

Изменение абсолютных часовых чисел метеоров в функции зенитного расстояния апекса

z	132°	121°	112°	107°	95°	84°	78°	Всего
n	6.0	6.1	7.1	11.7	11.9	13.9	18.7	10 8
p	4	8	20	31	52	26	6	143

Здесь p — число часов наблюдений. Вариационная кривая дает приближенное значение n, соответствующее $z = 90°$ и равное $n_0 = 14.0$; из выражения [5] находим $c_0 = 1.65$ и составляем с этими приближенными значениями систему семи условных уравнений вида

$$a \cdot \Delta n_0 + b \cdot \Delta c_0 + e = 0, \qquad [6]$$

где Δn_0 и Δc_0 суть поправки принятых значений n_0 и c_0, а коэффициенты: $a = \frac{\partial N}{\partial n}$, $b = \frac{\partial N}{\partial c}$ и $e = N - n$; но, как показал Гофмейстер, выражения частных производных от N по n и c могут быть представлены также в виде

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\partial N}{\partial n} = U + V\cos z + W\cos 2z; \\ b &= \frac{\partial N}{\partial c} = -n_0(X + Y\cos z + Z\cos 2z); \\ N &= n_0(U + V\cos z + W\cos 2z), \end{aligned}\right\} \qquad [7]$$

где U, V, W, $X = Z$ и Y суть соответствующие функции коэффициентов разложения N в ряд Фурье по аргументу c; они табулированы Гофмейстером ([12]) и удобны для пользования в пределах c от 1.2 до 4.0.

Решение системы уравнений вида ([6]) дало: $\Delta n_0 = -0.01$, $\Delta c = +0.03$, и результаты представления наблюдений даны в табл. 2, где N выражено в единицах $n_0 = 13.99$.

Таблица 2

Относительные часовые числа метеоров 1925 г.

z	132°	121°	112°	107°	95°	84°	78°
N	0.37	0.48	0.61	0.68	0.90	1.13	1.26
n	0.43	0.44	0.51	0.84	0.85	0.99	1.34
$N-n$	−0.06	+0.04	+0.10	−0.15	+0.05	+0.14	−0.08

Таким образом, значение средней гелиоцентрической скорости метеоров данного ряда наблюдений есть

$$c = 1.68 \pm 0.06$$

или около 50 км/сек.

4. Влияние сумерек должно уменьшать n при больших z и следовательно уменьшать c; наличие больших потоков (Персеиды, Ориониды, возможно δ-Акварииды и Геминиды) увеличивает n при малых z и тем самым также ведет к недооценке c, помимо заведомой эллиптичности орбит некоторых потоков. Кроме того в основе теории лежит допущение о равномерном распределении векторов скоростей метеоров и о постоянстве величины c всего метеорного комплекса; первое допущение будет до некоторой степени оправдано наблюдениями в обоих полушариях в течение круглого года и, в частности, под тропиками для получения возможно большого интервала по z, а несоблюдение второго

условия, как известно, приводит к переоценке c; этим же, по мнению автора, объясняются слегка преувеличенные средние скорости болидов из каталожных данных (Вегенер, Фишер и др.). Повидимому, возможно по форме вариационной кривой делать некоторые заключения о наличии отдельных групповых направлений и отчасти скоростей в общей массе метеорного спорадического комплекса. Таким образом:

1) Значение средней гелиоцентрической скорости метеоров $c = 1.68 \pm 0.06$ является, вероятно, нижним пределом скорости; последняя, возможно, составляет около 1.8—2.0.

2) Дальнейшие ряды наблюдений должны быть свободны от влияния сумерек, периодических потоков, а также влияния скорости метеоров на их видимую и абсолютную яркость.

3) Необходима постановка специальных наблюдений над вариацией числа метеоров в низких широтах, а также получение вариационных кривых телескопических метеоров.

Астрономический институт.
Ленинград.

Поступило
21 VIII 1934.

ASTRONOMY

NEW DETERMINATION OF THE MEAN HELIOCENTRIC VELOCITY OF METEORS BY MEANS OF THE DIURNAL VARIATION METHOD

By I. ASTAPOVIČ (ASTAPOWITSCH)

(*Communicated by S. Wawilow, Member of the Academy, 21. IX. 1934*)

SUMMARY

The author is basing himself upon the theory of the variation of the number of meteors advanced by Schiaparelli and developed by C. Hoffmeister. The relative frequency of meteors in relation to their heliocentric velocity is given by Hoffmeister with the correction for the effect of zenithal attraction. The author has reduced his observations for the time from April to December 1925 (1594 meteors during 148.4 hours of observation) made in Nikolaev ($\varphi = +46°58'$, $\lambda = -2^h\,07.^m9$) and has obtained the value of the mean mass heliocentric velocity of meteors,

$$c = 1.68 \pm 0.06,$$

which he considers to be the lower limit of the velocity of sporadic meteors in view of the effect of twilight and presence of meteors with elliptical orbits.

Astronomical Institute.
Leningrad.

Received
21. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] G. Schiaparelli. Entwurf einer astr. Theorie der Sternschnuppen. Stettin, 1871. [2] Скиапарелли. Письма к Секки. Сборн. Моск. мат. о-ва, 1869. [3] G. v. Niessl. A. N. 93, 209, 1878. [4] A. Tillo. Bull. Astr., 5, 237, 283, 1885. [5] G. v. Niessl. Denkschr. d. K. Akad. Wiss., 62, 449, 1895. [6] N. Herz. Handw. d. Astr. (Valentiner's), 2, 169, 1898. [7] И. Астапович. Астр. бюлл., № 26, стр. 3, 1929, Л. [8] C. Hoffmeister. Astr. Abh. zu A. N., 4, № 5, 1922. [9] В. Фесенков и Б. Шиголев. A. N., 220, 227, 1924. [10] Н. Штауде. Изв. Научн. инст. Лесг., 1, 1919; A. N., 218, 155, 1923. [11] J. Hepperger. Sitzb. d. Akad. Wiss., Wien, IIa, 132, 1924; 135, 1926. [12] C. Hoffmeister. A. N., 221, 223, 234, 241; Ap. J., 69, 1929. — Возражения E. Oepik. A. N., 219, 1923; 223, 1924; 235, 1929. [13] C. Hoffmeister. Veröff. Univ.-Stw. Berlin-Babelsberg, 9, H. 1, 1931, Berlin. — Deutsche Forschung. Aus d. Arb. d. Notgemeinschaft, H. 12, 113—153.

Я. СЕКЕРЖ-ЗЕНЬКОВИЧ

К ЗАДАЧЕ ОБ ОБТЕКАНИИ ДУГИ КРУГА С ОТРЫВОМ СТРУЙ

(Представлено академиком С. А. Чаплыгиным 17 XI 1934)

I. СХЕМА КИРХГОФА

Наша задача состоит в построении плоско-параллельного потока идеальной несжимаемой жидкости, обтекающего с отрывом струй, по известной схеме Кирхгофа, дугу AC круга радиуса R, причем поток набегает на дугу с ее выпуклой стороны. Пусть в точке O линия тока, вступая на дужку, разветвляется и дальше идет по ней; в точках A и C отрываются струи.

Обозначим через $z = y + iy$ комплексное переменное в плоскости течения. Следуя методу Т. Леви-Чивита отобразим область течения на внутренность полукруга единичного радиуса плоскости $\zeta = \xi + i\eta$; при этом пусть наша дуга перейдет в дугу полукруга, свободные струи — в диаметр, бесконечность — в начало координат в центре полукруга.

Тогда, как известно, функция течения имеет вид:

$$f = \varphi + i\psi = a^2 \left[\cos \sigma_0 - \frac{1}{2}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right)\right]^2;$$

где $a^2 = \dfrac{(\sqrt{\varphi_C} + \sqrt{\varphi_A})^2}{4}$; φ_A и φ_C — потенциалы скоростей в точках A и C; σ_0 — аргумент точки, отвечающей точке O плоскости z.

Для построения потока ищется еще функция $\omega(\zeta) = \theta + i\tau$; θ — угол вектора скорости с осью x; $\tau = \ln v$ (v — абсолютная величина скорости; при этом скорость в бесконечности и на свободных струях предполагается равной единице). Задача построения этой функции, как известно, сводится к отысканию функции $\Phi(\sigma)$, равной значениям θ на дуге круга, т. е. при $\zeta = e^{i\sigma}$.

Как показал Вилла [1], $\Phi(\sigma)$ удовлетворяет интегродифференциальному уравнению, которое для рассматриваемого случая напишется так:

$$\Phi'(\sigma) = \lambda \left|\cos\sigma - \cos\sigma_0\right| \sin\sigma\, e^{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} [\Phi(\varepsilon)-\Phi(\sigma)]\frac{d}{d\varepsilon} \ln \frac{\sin\left|\frac{\varepsilon-\sigma}{2}\right|}{\sin\frac{\varepsilon+\sigma}{2}}\, d\varepsilon} \qquad [1]$$

где $\lambda = -\dfrac{2a^2}{R}$.

Цель настоящей статьи — решить это уравнение методом последовательных приближений.

Ищем решение в виде степенного ряда по λ:

$$\Phi(\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(\sigma)\lambda^n. \qquad [2]$$

Сделав формальную подстановку этого выражения в [1] и положив

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} [\Phi(\varepsilon) - \Phi(\sigma)]\frac{d}{d\varepsilon}\ln\frac{\sin\left|\frac{\varepsilon-\sigma}{2}\right|}{\sin\frac{\varepsilon+\sigma}{2}}\,d\varepsilon; \quad e^{\sum_{n=0}^{\infty} a_n\lambda^n} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n\lambda^n, \qquad [3]$$

устанавливаем следующие соотношения:

$$b_0 = e^{a_0}; \quad b_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} i a_i b_{n-i}; \qquad [4]$$

$$\Phi_0(\sigma) = 0; \quad \Phi_n'(\sigma) = |\cos\sigma - \cos\sigma_0|\sin\sigma\, b_{n-1}. \qquad (n = 1, 2, \ldots) \qquad [5]$$

Формулы [3], [4] и [5] позволяют находить $\Phi_n'(\sigma)$, зная все предшествующие приближения.

Вычислим $\Phi_0(\sigma)$. Из (5) следует, что $\Phi_0(\sigma) = \text{const}$. Обозначив через α угол скорости в бесконечности (направление оси x) с хордой дужки, примем $\Phi_0(\sigma) = -\alpha$ при $0 \leqslant \sigma \leqslant \sigma_0$ и $\Phi_0(\sigma) = \pi - \alpha$ при $\sigma_0 \leqslant \sigma \leqslant \pi$; мы считаем, таким образом, что $\Phi_0(\sigma)$ — отвечает обтеканию хорды дужки.

Для того, чтобы бесконечность плоскости z перешла в $\zeta = 0$, должно выполняться условие

$$\int_0^{\pi} \Phi(\sigma)\,d\sigma = 0. \qquad [6]$$

Применив это к $\Phi_0(\sigma)$, имеем

$$\sigma_0 = \pi - \alpha. \qquad [7]$$

В силу [4] и [5] для первого приближения находим:

$$\Phi_1'(\sigma) = 2\sin^2\frac{\sigma_0+\sigma}{2}\sin\sigma. \qquad [8]$$

Интегрируя, найдем $\Phi_1(\sigma)$; постоянная интеграции определяется из условия [6]. Формула [8] показывает, что $\Phi_1'\sigma$ и $\Phi_1(\sigma)$ непрерывны. Предположив, что, для всех $k \leqslant n$, $\Phi_k(\sigma)$ и $\Phi_k'(\sigma)$ непрерывно, можно, пользуясь формулами [4] и [5], показать, что $\Phi_{n+1}(\sigma)$ и $\Phi_{n+1}'(\sigma)$ также непрерывны. Таким образом, непрерывны все $\Phi_n(\sigma)$ и $\Phi_n'(\sigma)$ для $n = 1, 2, \ldots$; разрывно только $\Phi_0(\sigma)$.

Переходя к доказательству сходимости наших рядов, выведем вспомогательные формулы.

Вспомогательные формулы

1. В формуле [3] для $n = 1, 2, \ldots$ вычисляем интеграл правой части по частям [это законно, в силу доказанной непрерывности $\Phi_n(\sigma)$ и $\Phi_n'(\sigma)$]; обозначив через ε_n значение ε, отвечающее максимуму $|\Phi_n'(\varepsilon)|$, имеем

$$|a_n| \leqslant |\Phi_n'(\varepsilon_n)|\,\mu, \qquad [9]$$

где $\mu = 2\ln 2$.

2. Можно показать справедливость тождества

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k (k+1)^k (n-k+1)^{n-k-1} = (n+2)^n, \qquad [10]$$

где n — любое целое положительное число и C_n^k биномиальные коэффициенты.

Исходя из формулы для конечной разности порядка n от x^m и из того, что $\Delta^n x^{n-1}=0$, мы сперва выводим для любых x тождество

$$\sum_{i=0}^{n} C^i{}_n (x-i-1)^{n-i}(i+1)^{i-1}=x^n.$$

Переписав здесь сумму в обратном порядке и положив $x=n+2$, получаем тождество [10].

3. Из формул [5] имеем:

$$|\Phi_n'(\sigma)|\leqslant q\left|\frac{b_{n-1}}{b_0}\right|;\ q=2. \qquad [11]$$

Доказательство сходимости

1. Методом полной математической индукции можно показать, что для любого n справедливы такие оценки:

$$\left.\begin{aligned} |\Phi_n'(\sigma)|&\leqslant\frac{n^{n-2}}{(n-1)!}q^n\mu^{n-1};\\ |a_n|&\leqslant\frac{n^{n-2}}{(n-1)!}q^n\mu^n;\\ |b_n|&\leqslant\frac{(n+1)^{n-1}}{n!}|b_0|(q\mu)^n. \end{aligned}\right\} \qquad [12]$$

При доказательстве используются формулы [4], [9], [10] и [11].

2. Рассматривая степенные ряды по λ, имеющие общими членами правые части [12], как мажорирующие ряды для рядов с коэффициентами $\Phi_n'(\sigma)$, a_n и b_n получаем для них, а следовательно и для наших рядов, радиус сходимости:

$$|\lambda|<\frac{1}{eq\mu}=\frac{1}{e\,4\ln 2}\cong 0.13. \qquad [13]$$

Тем самым является доказанной абсолютная и равномерная сходимость и ряда для $\Phi(\sigma)$, при $|\lambda|$ из [13].

Так как формулы [4] и [5] и условия задачи однозначно определяют все $\Phi_n(\sigma)$, то мы получили то единственное решение, которое является аналитической функцией λ при $|\lambda|\leqslant 0.13$ и, при $\lambda=0$, равно $-\alpha$ для $0\leqslant\sigma\leqslant\sigma_0$ и равно $\pi-\alpha$ для $\sigma_0\leqslant\sigma\leqslant\pi$.

II. ОБОБЩЕННАЯ СХЕМА КИРХГОФА

Эта схема, предложенная впервые академиком С. А. Чаплыгиным, состоит в том, что поток набегает на вогнутую сторону дужки, одна струя попрежнему отрывается с конца A, а другая, перейдя в конце C на выпуклую сторону, срывается в некоторой точке D между A и C. Можно показать, что в этом случае для $\Phi(\sigma)$ остается справедливым уравнение Вилла, только решение имеет второй разрыв в точке C.

Применяя тот же метод последовательных приближений, имеем:

$$\Phi_0(\sigma)=-\alpha \text{ при } 0\leqslant\sigma\leqslant\sigma_0;\quad \Phi_0(\sigma)=\pi-\alpha \text{ при } \sigma_0\leqslant\sigma\leqslant\sigma_1;$$
$$\Phi_0(\sigma)=-\alpha \text{ при } \sigma_1\leqslant\sigma\leqslant\pi;$$

здесь σ_0 имеет прежний смысл; σ_1 — отвечает точке поворота струи на выпуклую сторону дужки. Из [6] имеем $\sigma_1-\sigma_0=\alpha$.

Можно доказать, что для коэффициентов $\Phi_n'(\sigma)$, a_n и b_n остаются оценки [12]. Это показывает, что и в данном случае последовательные приближения сходятся при том же $|\lambda|$.

Центральный аэро-гидродинамический институт.
Москва.

Поступило
17 XI 1934.

SUR LE MOUVEMENT DISCONTINU D'UN LIQUIDE AUTOUR D'UN ARC DE CERCLE

Par J. SEKERŽ-ZENKOVIČ (SEKERJ-ZENKOWITCH)

(Présenté par S. Čaplygin, de l'Académie, le 17. XI. 1934)

I. SCHÉMA DE KIRCHHOFF

Nous posons le problème de construire le courant plan-parallèle d'un fluide parfait incompressible entourant un arc de cerle AC de rayon R. Nous supposons que le courant rencontre l'arc AC de son côté convexe. La ligne du courant passant par le point O de l'arc s'y divise en deux lignes suivant le contour de l'arc et puis s'en détachant aux points A et C et formant deux sillages derrière l'arc (schéma de Kirchhoff).

Nous désignerons par $z = x + iy$ la variable complexe du plan du courant. Suivant la méthode de M. Levi-Civita, nous allons faire la représentation conforme de ce plan sur celui de la variable $\zeta = \xi + i\eta$ de manière qu'à l'arc AC corresponde la demicirconférence décrite autour de l'origine avec le rayon égal à un et qu'aux deux lignes de courant se détachant de l'arc AC et formant les sillages il y corresponde le diamètre de la demicirconférence du plan et qu'à l'infini du plan z corresponde l'origine du plan ζ.

On aura, comme on sait, pour la fonction analytique $f = \varphi + i\psi$ du courant l'expression suivante, en notations habituelles,

$$f = \varphi + i\psi = a^2 \left[\cos\sigma_0 - \frac{1}{2}\left(\zeta + \frac{1}{\zeta}\right)\right]^2;$$

où $a^2 = \dfrac{(\sqrt{\varphi_A} + \sqrt{\varphi_C})^2}{4}$, φ_A et φ_C sont les valeurs du potentiel des vitesses aux points A et C; σ_0 — l'angle de position du point qui correspond au point O du plan z.

Pour la construction du courant il faut encore trouver la fonction $\omega(\zeta) = \theta + i\tau$, où $\tau = \ln v$; v étant la valeur absolue de la vitesse, et θ l'angle qu'elle fait avec l'axe des x (v est supposé égale à l'unité à l'infini et sur les lignes libres des sillages).

Le problème de la détermination de la fonction $\omega(\zeta)$ se réduit, comme on sait, à la recherche de la fonction $\Phi(\sigma)$ égale à θ sur la demicirconférence, c'est-à-dire pour $\zeta = e^{i\sigma}$.

La fonction $\Phi(\sigma)$ satisfait à l'équation intégro-différentielle [1] de M. H. Villat, qui prend dans le cas actuel la forme suivante:

$$\Phi'(\sigma) = \lambda \left|\cos\sigma - \cos\sigma_0\right| \sin\sigma e^{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} [\Phi(\varepsilon)-\Phi(\sigma)]\frac{d}{d\varepsilon} \ln \frac{\sin\left|\frac{\varepsilon-\sigma}{2}\right|}{\sin\frac{\varepsilon+\sigma}{2}} d\varepsilon} \qquad [1]$$

où $\lambda = -\dfrac{2a^2}{R}$.

Notre but est de résoudre cette équation par approximations successives.

Cherchons une solution sous forme d'un développement suivant les puissances de λ:

$$\Phi(\sigma) = \sum_{n=0}^{\infty} \Phi_n(\sigma)\lambda^n. \qquad [2]$$

Substituant formellement ce développement dans l'équation [1] et posant

$$a_n = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} [\Phi_n(\varepsilon) - \Phi_n(\sigma)]\,\frac{d}{d\varepsilon}\ln\frac{\sin\left|\frac{\varepsilon-\sigma}{2}\right|}{\sin\frac{\varepsilon+\sigma}{2}}\,d\varepsilon;\quad e^{\sum_{n=0}^{\infty} a_n\lambda^n} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n\lambda^n. \qquad [3]$$

il sera aisé de trouver les relations suivantes:

$$b_0 = e^{a_0};\quad b_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}{}' i a_i b_{n-i}; \qquad [4]$$

$$\Phi_0'(\sigma) = 0;\quad \Phi_n'(\sigma) = |\cos\sigma - \cos\sigma_0|\sin\sigma b_{n-1};\qquad (n = 1, 2, \ldots) \qquad [5]$$

Les relations [3], [4] et [5] permettent de déterminer $\Phi_n'(\sigma)$, une fois connues les approximations antérieures.

D'après [5] on voit que $\Phi_0(\sigma) = \text{const}$. Désignant par α l'angle de la vitesse à l'infini (axe x) avec la corde de l'arc AC, nous poserons $\Phi_0(\sigma) = -\alpha$ pour $0 \leqslant \sigma \leqslant \sigma_0$ et $\Phi_0(\sigma) = \pi - \alpha$ pour $\sigma_0 \leqslant \sigma \leqslant \pi$. $\Phi_0(\sigma)$ correspond ainsi au cas où le courant aurait la corde seule pour obstacle. Pour que l'infini du plan z corresponde à l'origine du plan ζ, comme nous l'avons supposé, il faut qu'on ait

$$\int_0^{\pi} \Phi_0(\sigma)\,d\sigma = 0. \qquad [6]$$

Écrivant cette relation pour $\Phi_0(\sigma)$, on trouvera

$$\sigma_0 = \pi - \alpha. \qquad [7]$$

Les relations [4] et [5] permettent de démontrer la continuité de toutes les approximations $\Phi_n'(\sigma)$ et $\Phi_n(\sigma)$ pour $n = 1, 2, \ldots$.

Passant à la démonstration de la convergence des développements considérés, établissons deux formules auxiliaires.

Formules auxiliaires

1. Les fonction $\Phi'_n(\sigma)$ et $\Phi_n(\sigma)$ étant continues, on peut intégrer par parties dans la relation [3] écrite pour $n = 1, 2, \ldots$ etc.

Désignant par ε_n la valeur de ε qui correspond à la plus grande valeur de $\Phi_n'(\varepsilon)$, nous aurons

$$|a_n| \leqslant |\Phi_n'(\varepsilon_n)|\,\mu, \qquad [8]$$

avec $\mu = 2\ln 2$.

2. On peut faire voir qu'on a pour n positif entier l'identité suivante

$$\sum_{k=0}^{n} C_n^k\,(k+1)^k\,(n-k+1)^{n-k-1} = (n+2)^n, \qquad [9]$$

où

$$C_n^k = \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{k!}.$$

En se rappelant que la différence finie $\Delta^n x^{n-1} = 0$, on peut démontrer d'abord l'identité suivante

$$\sum_{i=0}^{n} C_n^i\,(x-i-1)^{n-i}\,(i+1)^{i-1} = x^n.$$

Écrivant ici la somme dans l'ordre inverse on trouvera pour $x = n+2$ la relation [9].

Démonstration de la convergence

1. Par induction complète on peut en général vérifier les évaluations suivantes

$$\left.\begin{aligned} |\Phi_n'(\sigma)| &\leqslant \frac{n^{n-2}}{(n-1)!}\, q^n \mu^{n-1}; \\ |a_n| &\leqslant \frac{n^{n-2}}{(n-1)!}\, q^n \mu^n; \ (q=2). \\ |b_n| &\leqslant \frac{(n+1)^{n-1}}{n!}\, |b_0|\, (q\mu)^n. \end{aligned}\right\} \qquad [10]$$

Pour la démonstration il faut se servir des formules [8], [4], [5] et [9].

Considérant les séries des puissances λ majorantes avec des coefficients donnés par les seconds membres des inégalités [10] au lieu de $\Phi_n'(\sigma)$, a_n et b_n on voit bien que la fonction $\Phi(\sigma)$ est une fonction analytique de λ développable en série d'après les puissances de λ absolument et uniformément convergente tant que $|\lambda|$ reste inférieur à un certain rayon de convergence. Ce rayon peut être évalué d'une façon approchée. On doit avoir

$$|\lambda| < \frac{1}{eq\mu} = \frac{1}{e\,4\ln 2} \simeq 0{,}13. \qquad [11]$$

Donc, la solution obtenue du problème dans les conditions que nous avons posées, se trouve déterminée d'une façon unique si $|\lambda|$ ne dépasse pas le rayon de convergence.

II. SCHÉMA GÉNÉRALISÉ DE KIRCHHOFF

D'après le nouveau schéma indiqué la première fois par M. Čaplygin, de l'Académie, le courant vient rencontrer l'arc de cercle du côté concave. Une ligne du courant va toujours, comme dans le cas étudié, se détacher à l'une des extremités A de l'arc, tandis que l'autre, entourant l'autre extremité C et passant sur le côté convexe, s'en détache ensuite dans un certain point D situé entre A et C. On peut démontrer que dans ce cas généralisé a lieu l'équation [1].

Neus servant de la même méthode des approximations successives, nous aurons

$$\Phi_0(\sigma) = -\alpha \text{ pour } 0 \leqslant \sigma \leqslant \sigma_0; \quad \Phi_0(\sigma) = \pi - \alpha \text{ pour } \sigma_0 \leqslant \sigma \leqslant \sigma_1;$$
$$\Phi_0(\sigma) = -\alpha \text{ pour } \sigma_1 \leqslant \sigma \leqslant \pi;$$

σ_0 correspond ici au point de rencontre du courant avec l'arc où se produit la bifurcation de la ligne du courant; σ_1 correspond à l'extrémité de l'arc où la ligue du courant passe du côté concave au côté convexe.

En vertu de [7] on aura $\alpha = \sigma_1 - \sigma_0$.

On trouvera sans peine que pour $\Phi_n'(\sigma)$, a_n et b_n les évaluations [10] sont toujours valables. Ceci fait voir que dans ce cas les approximations convergent pour des valeurs de $|\lambda|$ dans les mêmes limites que donne l'inégalité [11].

Institut Central
Aéro-Hydrodynamique.
Moscou.

Manuscrit reçu
le 17. XI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

1 H. Villat. Annales de l'École Normale, t. 28.

Б. Г. ГАЛЕРКИН

член-корреспондент Академии Наук СССР

К ТЕОРИИ УПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ

Рассматриваем равновесие тонкой оболочки, ограниченной двумя круговыми цилиндрическими поверхностями радиуса b (наружного) и a (внутреннего), т. е. полого кругового цилиндра или части цилиндра. Полагаем деформацию малой.

Задача о равновесии такой оболочки может быть разрешена с помощью функций U_0, V_0, W_0 — перемещений срединной поверхности радиуса c $\left(c=\frac{a+b}{2}\right)$; U_0 — перемещение по радиусу, V_0 — перпендикулярно радиусу, W_0 — параллельно оси z-ов; ось z-ов принята за ось цилиндра.

Полагаем перемещения

$$V=\frac{c-r}{c}\frac{\partial U_0}{\partial\theta}+V_0; \qquad [1]$$

$$W=\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial U_0}{\partial z}+W_0. \qquad [2]$$

Пренебрегая значениями напряжений $\widehat{rr}$ по сравнению с $\widehat{\theta\theta}$ и $\widehat{zz}$ и изменениями u в пределах толщины оболочки, можем написать:

$$\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}=\frac{1}{E}\left(\widehat{\theta\theta}-\sigma\widehat{zz}\right); \qquad [3]$$

$$\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}=\frac{1}{E}\left(\widehat{zz}-\sigma\widehat{\theta\theta}\right); \qquad [4]$$

откуда

$$\widehat{\theta\theta}=\frac{E}{1-\sigma^2}\left\{\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}+\sigma\left[\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}\right]\right\}; \qquad [5]$$

$$\widehat{zz}=\frac{E}{1-\sigma^2}\left\{\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}+\sigma\left[\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}\right]\right\}. \qquad [6]$$

Касательное напряжение

$$\widehat{\theta z}=\frac{E}{2(1+\sigma)}\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial\theta}\right) \quad \text{или}$$

$$\widehat{\theta z}=\frac{E}{2(1+\sigma)}\left[\frac{2(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta\,\partial z}+\frac{\partial V_0}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial W_0}{\partial\theta}\right]. \qquad [7]$$

Уравнения равновесия в цилиндрических координатах, принимая во внимание собственный вес, напишем в следующем виде:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot\widehat{rz})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{\theta z}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{zz}}{\partial z}=0; \qquad [A]$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\cdot\widehat{r\theta})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{\theta z}}{\partial z}+\rho g\sin\theta=0; \qquad [B]$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot\widehat{rr})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{rz}}{\partial z}-\frac{\widehat{\theta\theta}}{r}-\rho g\cos\theta=0. \qquad [C]$$

Подставляем $\widehat{zz}$ и $\widehat{\theta z}$ по формулам [6] и [7] в уравнение [A] и путем интегрирования определяем $\widehat{rz}$; произвольную функцию интегрирования определяем из условия $\widehat{rz}=0$ при $r=a$.

Доклады Акад. Наук СССР, 1934, том IV, № 5—6

Вставив значения $\widehat{\theta\theta}$ и $\widehat{\theta z}$ по формулам [5] и [7] в уравнение (B), мы путем интегрирования определим $\widehat{r\theta}$; произвольную интегрирования определим из условия $\widehat{r\theta}=0$ при $r=a$.

Найденные значения $\widehat{r\theta}$ и $\widehat{rz}$ вставим в уравнение [C] и, интегрируя, получим $\widehat{rr}$. Полагаем $\widehat{rr}=-p_a$ при $r=a$ и, таким образом, определяем произвольную функцию интегрирования.

Если теперь положим $\widehat{rz}=0$, $\widehat{r\theta}=q$ и $rr=-p_b$ на наружной поверхности оболочки (при $r=b$), придем к трем дифференциальным уравнениям, которым должны удовлетворять U_0, V_0 и W_0.

Эти уравнения, если положить $z=c\zeta$ и $\frac{\delta}{c}=\alpha\,(\delta=b-a)$, примут следующий вид:

$$\frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^3 U_0}{\partial\zeta^3}-\sigma\frac{\partial U_0}{\partial\zeta}-\frac{1+\sigma}{2}\frac{\partial^2 V_0}{\partial\theta\,\partial\zeta}-\frac{1-\sigma}{2\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^2 W_0}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 W_0}{\partial\zeta^2}=0; \qquad [\text{I}]$$

$$\frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^3 U_0}{\partial\theta\,\partial\zeta^2}-\frac{\partial U_0}{\partial\theta}-\frac{\partial^2 V_0}{\partial\theta^2}-\frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^2 V_0}{\partial\zeta^2}-$$

$$-\frac{1+\sigma}{2}\frac{\partial^2 W_0}{\partial\theta\,\partial\zeta}=\frac{1-\sigma^2}{E}\left[\frac{c\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)^2 q}{\alpha}+c^2\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\rho g\sin\theta\right]; \qquad [\text{II}]$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}-1\right)\frac{\partial^4 U_0}{\partial\theta^4}+\frac{\alpha^2}{6\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\frac{\partial^4 U_0}{\partial\theta^2\,\partial\zeta^2}+$$

$$+\frac{\alpha^2}{12}\left(1-\alpha+\frac{3\alpha^2}{20}\right)\frac{\partial^4 U_0}{\partial\zeta^4}+2\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}-\frac{1+\frac{\alpha}{4}}{1+\frac{\alpha}{2}}\right)\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+$$

$$+\frac{\sigma\alpha}{2}\left(1-\frac{\alpha}{6}\right)\frac{\partial^2 U_0}{\partial\zeta^2}+\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}U_0+\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}-\frac{1}{1+\frac{\alpha}{2}}\right)\frac{\partial^3 V_0}{\partial\theta^3}+$$

$$+\frac{\alpha}{2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\left(1+\frac{\alpha}{6}+\frac{\sigma\alpha}{3}\right)\frac{\partial^3 V_0}{\partial\theta\,\partial\zeta^2}+\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+ \qquad [\text{III}]$$

$$+\frac{1}{2}\left(1-\frac{\alpha}{6}\right)\frac{\partial^3 W_0}{\partial\zeta^3}+\sigma\frac{\partial W_0}{\partial\zeta}+\left[\frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}-\right.$$

$$\left.-\frac{1-\sigma-\alpha\sigma}{2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\right]\frac{\partial^3 W_0}{\partial\theta^2\,\partial\zeta}=-\frac{c(1-\sigma^2)}{E}\left[\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{\alpha}p_b-\right.$$

$$\left.-\frac{1-\frac{\alpha}{2}}{\alpha}p_a+\frac{c\left(1+\alpha-\frac{\alpha^2}{12}\right)}{1+\frac{\alpha}{2}}\rho g\cos\theta\right].$$

Не представляет никаких затруднений нахождение частных решений этих уравнений, удовлетворяющих условиям нагрузки. Для того, чтобы найти общее решение, необходимо еще к частным решениям присовокупить значения U_0, V_0, W_0, найденные из уравнений [I], [II] и [III] при отсутствии членов, характеризующих нагрузку. Решение задачи облегчается тем, что при отсутствии членов, характеризующих нагрузку, или когда такие члены имеются только в уравнении [III], U_0, V_0 и W_0 могут быть выражены через одну функцию.

Если положим:

$$U_0 = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^4\varphi}{\partial\theta^4} + \left[\frac{3+\sigma}{2} + \frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\right]\frac{\partial^4\varphi}{\partial\theta^2\partial\zeta^2} + \left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial\zeta^4};$$

$$V_0 = \frac{\alpha}{6}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\theta^3\partial\zeta^2} + \frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\theta\partial\zeta^4} - \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^3} - (2+\sigma)\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta\partial\zeta^2};$$

$$W_0 = \frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\theta^2\partial\zeta^3} + \frac{\alpha^2}{6}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^5\varphi}{\partial\zeta^5} + \frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^2\partial\zeta} - \sigma\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^3},$$

уравнения [I] и [II] будут тождественно удовлетворены в случе $q=0$ и отсутствии члена, зависящего от собственного веса. Уравнение [III] превратится в дифференциальное уравнение 8-го порядка для φ.

Полученное решение дает полную возможность исследовать напряжения и деформации цилиндрической оболочки при произвольной нагрузке и при любых опорах. Это решение легко применить и к исследованию устойчивости оболочки как под действием нормальных к поверхности сил, так и сил, приложенных к торцевым концам; его легко распространить и на случаи колебаний. Для каждого из этих случаев должны быть введены соответственным образом внешние силы (поверхностные и объемные).

Институт сооружений.
Ленинград.

Поступило
27 IX 1934.

THEORY OF CONSTRUCTIONS

CONTRIBUTION TO THE THEORY OF AN ELASTIC CYLINDRICAL SHELL

By B. GALERKIN

Corresponding Member of the Academy

We are considering the equilibrium of a thin shell, bounded by two circular cylindric surfaces with an external radius b and an internal one a, i. e. of a hollow circular cylinder or part of a cylinder. We suppose the deformation to be small. The problem of the equilibrium of such a shell

can de solved applying three functions U_0, V_0, and W_0 — the displacements of the middle surface with radius c $\left(c=\frac{a+b}{2}\right)$; U_0 is a displacement along the radius, V_0 is a displacement normal to it and W_0 is a displacement parallel to the axis of z; the axis of z is taken for the axis of the cylinder.

We suppose the displacement to be

$$V=\frac{c-r}{c}\frac{\partial U_0}{\partial\theta}+V_0, \qquad [1]$$

$$W=\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial U_0}{\partial z}+W_0. \qquad [2]$$

Neglecting the values of stresses $\widehat{rr}$ in comparison with $\widehat{\theta\theta}$ and $\widehat{zz}$ and the changes of U in the thickness of the shell, we can write:

$$\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}=\frac{1}{E}(\widehat{\theta\theta}-\sigma\widehat{zz}); \qquad [3]$$

$$\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}=\frac{1}{E}(\widehat{zz}-\sigma\widehat{\theta\theta}), \qquad [4]$$

whence we get for the normal stresses:

$$\widehat{\theta\theta}=\frac{E}{1-\sigma^2}\left\{\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}+\sigma\left[\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}\right]\right\}; \qquad [5]$$

$$\widehat{zz}=\frac{E}{1-\sigma^2}\left\{\frac{r(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial z^2}+\frac{\partial W_0}{\partial z}+\sigma\left[\frac{c-r}{cr}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial V_0}{\partial\theta}+\frac{U_0}{r}\right]\right\}. \qquad [6]$$

The shearing stress:

$$\widehat{\theta z}=\frac{E}{2(1+\sigma)}\left(\frac{\partial V}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial\theta}\right)$$

or

$$\widehat{\theta z}=\frac{E}{2(1+\sigma)}\left[\frac{2(c-r)}{c}\frac{\partial^2 U_0}{\partial\theta\,\partial z}+\frac{\partial V_0}{\partial z}+\frac{1}{r}\frac{\partial W_0}{\partial\theta}\right]. \qquad [7]$$

The equations of equilibrium in cylindrical coordinates accounting for the proper weight can be written as follows:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot\widehat{rz})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{\theta z}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{zz}}{\partial z}=0; \qquad [A]$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2\cdot\widehat{r\theta})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{\theta\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{\theta z}}{\partial z}+\rho g\sin\theta=0; \qquad [B]$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\cdot\widehat{rr})}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial\widehat{r\theta}}{\partial\theta}+\frac{\partial\widehat{rz}}{\partial z}-\frac{\widehat{\theta\theta}}{r}-\rho g\cos\theta=0. \qquad [C]$$

We substitute $\widehat{zz}$ and $\widehat{\theta z}$ from [6] and [7] into equation [A] and by integrating we determine $\widehat{rz}$; the arbitrary function of the integration is determined by the condition $\widehat{rz}=0$ for $r=a$.

Putting the values of $\widehat{\theta\theta}$ and $\widehat{\theta z}$ of [5] and [7] into equation [B] we determine $\widehat{r\theta}$ by integration; the arbitrary function is determined by the condition $\widehat{r\theta}=0$ for $r=a$.

The determined values of $\widehat{r\theta}$ and $\widehat{rz}$ we shall put into equation [C] and by integrating obtain $\widehat{rr}$. Supposing $\widehat{rr}=-p_a$ for $r=a$, we determine the arbitrary function of integration.

If now we take $\widehat{rz}=0$, $\widehat{r\theta}=q$ and $\widehat{rr}=-p_b$ on the external surface of the shell (for $r=b$), we shall get three differential equations,

which are to be satisfied by U_0, V_0, and W_0. If we put $z = c\zeta$ and $\frac{\delta}{c} = \alpha$ ($\delta = b - a$), these equations will take the following form:

$$\frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^3 U_0}{\partial\zeta^3} - \sigma\frac{\partial U_0}{\partial\zeta} - \frac{1+\sigma}{2}\frac{\partial^2 V_0}{\partial\theta\,\partial\zeta} - \frac{1-\sigma}{2\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^2 W_0}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2 W_0}{\partial\zeta^2} = 0; \qquad [I]$$

$$\frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^3 U_0}{\partial\theta\,\partial\zeta^2} - \frac{\partial U_0}{\partial\theta} - \frac{\partial^2 V_0}{\partial\theta^2} - \frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^2 V_0}{\partial\zeta^2} - \frac{1+\sigma}{2}\frac{\partial^2 W_0}{\partial\theta\,\partial\zeta} =$$

$$= \frac{1-\sigma^2}{E}\left[\frac{c\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)^2 q}{\alpha} + c^2\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\rho g\sin\theta\right]; \qquad [II]$$

$$\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}} - 1\right)\frac{\partial^4 U_0}{\partial\theta^4} + \frac{\alpha^2}{6\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\frac{\partial^4 U_0}{\partial\theta^2\,\partial\zeta^2} + \frac{\alpha^2}{12}\left(1-\alpha+\frac{3\alpha^2}{20}\right)\frac{\partial^4 U_0}{\partial\zeta^4} +$$

$$+ 2\left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}} - \frac{1+\frac{\alpha}{4}}{1-\frac{\alpha}{2}}\right)\frac{\partial^2 V_0}{\partial\theta^2} + \frac{\sigma\alpha}{2}\left(1-\frac{\alpha}{6}\right)\frac{\partial^2 U_0}{\partial\zeta^2} + \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}U_0 +$$

$$+ \left(\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{1+\frac{\alpha}{2}}\right)\frac{\partial^3 V_0}{\partial\theta^3} + \frac{\alpha}{2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\left(1+\frac{\alpha}{6}+\frac{\sigma\alpha}{3}\right)\frac{\partial^3 V_0}{\partial\theta\,\partial\zeta^2} + \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial V_0}{\partial\theta} +$$

$$+ \frac{1}{2}\left(1-\frac{\alpha}{6}\right)\frac{\partial^3 W_0}{\partial\zeta^3} + \sigma\frac{\partial W_0}{\partial\zeta} + \left[\frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}} - \frac{1-\sigma-\alpha\sigma}{2\left(1+\frac{\alpha}{2}\right)}\right]\frac{\partial^3 W_0}{\partial\theta^2\,\partial\zeta} =$$

$$= -\frac{(1-\sigma^2)c}{E}\left[\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{\alpha}p_b - \frac{1-\frac{\alpha}{2}}{\alpha}p_a + \frac{c\left(1+\alpha-\frac{\alpha^2}{12}\right)}{1+\frac{\alpha}{2}}\rho g\cos\theta\right]. \qquad [III]$$

There will be no difficulty in finding particular solutions of these equations, satisfying the conditions of load. To find the general solution, it will be necessary to add to the particular solutions the values of U_0, V_0, and W_0, found from the equations [I], [II], and [III] without the load terms.

The solution of the problem is facilitated by the fact that in the absence of the load terms, or in case they are present only in equation [III], U_0, V_0, and W_0 can be expressed by aid of a single function φ.

Namely, if we put:

$$U_0 = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^4\varphi}{\partial\theta^4} + \left[\frac{3+\sigma}{2} + \frac{1-\sigma}{2}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\right]\frac{\partial^4\varphi}{\partial\theta^2\,\partial\zeta^2} +$$

$$+ \left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^4\varphi}{\partial\zeta^4};$$

$$V_0 = \frac{\alpha}{6}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\zeta^3\,\partial\zeta^2} + \frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\theta\,\partial\zeta^4} - \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+\frac{\alpha}{2}}{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^3} - (2+\sigma)\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta\,\partial\zeta^2};$$

$$W_0 = \frac{\alpha^2}{6}\frac{\partial^5\varphi}{\partial\theta^2\,\partial\zeta^3} + \frac{\alpha^2}{6}\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^5\varphi}{\partial\zeta^5} + \frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^2\,\partial\zeta} - \sigma\left(1+\frac{\alpha^2}{12}\right)\frac{\partial^3\varphi}{\partial\theta^3},$$

equations [I] and [II] will be satisfied identically, when q and the dead load terms are zero. Equation [III] will turn to be a differential equation of the 8th order for the function φ.

This solution gives a plain possibility to investigate the stresses and deformations of a cylindrical shell under an arbitrary loading and for any supports.

This can be used for the investigation of the stability of a shell under the action of forces acting normally on its surface or forces applied to its ends; the solution may be easily extended to cases of vibrations.

For each of these cases, external forces (surface and body forces) must be introduced correspondingly.

Institute of Construction.
Leningrad.

Received
27. IX. 1934.

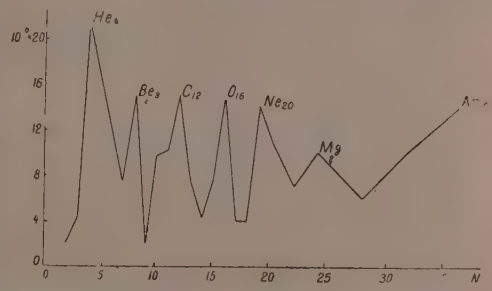
ФИЗИКА

Е. ГАПОН и Д. ИВАНЕНКО

АЛЬФА-ЧАСТИЦЫ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 4 XI 1934*)

Вопрос о точном просчете модели атомного ядра весьма сложен, так как мы не знаем сил между протонами и нейтронами (1); поэтому приходится продолжать эмпирическое исследование. Одним из весьма важных вопросов является проблема существования альфа-частиц, или замкнутых слоёв протонов и нейтронов (2).



Одним из наиболее точных критериев служит массовый дефект, измеренный подробно, к сожалению, лишь до аргона. Мы нанесли на график производную от кривой массовых дефектов, вернее — конечную разность (см. табл. на стр. 277). Не только производная является более чувствительной к ходу кривой, но она непосредственно физически понятна, давая массовый дефект последнего входящего в ядро элемента. Здесь, правда, существенно предположение, что этот последний элемент мало меняет ядро (что как раз для мелкого ядра наиболее сомнительно), наподобие последнего электрона внешней оболочки. Таким образом, мы берем, например, разность: Li_6 + нейтрон — Li_7 и т. д. За массу нейтрона мы взяли 1.0078; экспериментально это значение лежит посередине между значениями Жолио и Чадвика, а теоретически наиболее соответствует устойчивому нейтрону и протону (3). Ошибка от массы нейтрона и от значения массы изотопа достигает нескольких миллионов вольт, но не влияет на наш результат. В самом деле, непосредственно видно, что „кривая производных" обнаруживает периодичность через четыре, давая резкие максимумы на всех ядрах, составленных только из альфа-частиц. Возможно, что максимум на аргоне соответствует границе слоя нейтронов-протонов.

Для берилия мы взяли значение Кирхнера (4) 8.0074. Отсюда можно найти качественно массу нейтрона, воспользовавшись данными Силлярда и Чалмерса о фотоэффекте с Be_9 при помощи гамма-кванта с энергией в 0.0019; получаем для массы нейтрона значения, лежащие между 1.0081 и 1.0010, т. е. между значениями Чадвика и Жолио. Можно, обратно, по массе Be_9, данным Чалмерса и вероятной массе нейтрона 1.0078 найти массу Be_8 (принимая гипотезу о постепенном построении ядра указанным образом); имеем $Be_8 = 8.0096 \pm 0.0020$, что лежит в пределах Кирхнера.

Таким образом, на общий ход массовых дефектов, или на равномерное построение ядра, накладывается периодичность через четыре, т. е. образование альфа-частиц (и возможно слоев из нейтронов и протонов).

Физико-технический институт
Ленинград.

Поступило
4 XI 1934.

PHYSICS

ALPHA PARTICLES IN LIGHT NUCLEI

By E. GAPON and D. IWANENKO

(*Communicated by S. Wawilow, Member of the Academy, 4. XI. 1934*)

As the question of an exact calculation of nuclear constitution seems to be a very difficult one (1), we are obliged to continue more empirical considerations. One of the most important problems is that of the possible formation of alpha particles or closed groups of protons and neutrons. Both possibilities were indicated by the present writers soon after the establishment of the present nuclear model. In this connexion we quote especially Landé as supporter of the scheme: nucleus = α-particles + neutrons + (one proton), the neutrons building some closed shells. On the other hand, the nuclear model of protonic and neutronic closed shells has been since also advocated (2).

One of the most unambiguous criteria is given by the mass defect measurements. We have plotted the finite differences of the mass defects (playing the part of the derivative of the mass defect curve) against atomic weights of isotopes. This derivative not only indicates in a more sensitive way the trend of the mass defects but is also physically important as the mass defect of the last entering nuclear element. For instance, we take: Li_6 + neutron — Li_7, or Be_9 + proton — B_{10}, etc. For the mass of the neutron we have chosen the protonic value 1.0078, which experimentally lies between Chadwick's values 1.0067 and 1.0080 and Joliot's 1.010; this value has at least some theoretical significance, if neutron and proton happen to be both stable (3).

Unfortunately the graph cannot be continued beyond Ar, due to the lack of data. It was not necessary to put explicitly the limits of errors, which are usually equal to some few million volts (due to the uncertainty of the neutronic mass, or, as in the case of Al, of chemical data). Indeed, even with the possible errors taken into account, we get the result that alpha particles (or equivalent four-groups) are always present in light nuclei, as the corresponding isotopes show well pronounced maxima (cf. the table). This fact cannot be disguised by the greater mean mass defect of the proton in comparison with the neutron, as clearly show the links

Be—B, C—N; the uncertain value for C_{13} also cannot change the conclusion, as we can check it on C_{12}. (F shows also a maximum).

If the values for Si and S are qualitatively right, then the maximum at Ar speaks for the existence of some periodicity, larger than with four steps; perhaps some protonic-neutronic period is closed at Ar, which nucleus in various respects seems to be a border-element (e. g. the number of free neutrons jumps at Cl — Ar, spin values attain at Cl at first the value $^5/_2$, the jump of Heisenberg's n^1/n_2 diagram is also observed here, etc.).

Mass Defects of Last Element in Mass Units

$^2H - ^1H$	0.002	$^{15}N - ^{14}N$	0.007
$^3He - ^2H$	5 ?	$^{16}O - ^{15}N$	15
$^4He - ^3He$	22 ?	$^{17}O - ^{16}O$	5
$^7Li - ^6Li$	8	$^{18}O - ^{17}O$	4
$^8Be - ^7Li$	15 ?	$^{19}F - ^{18}O$	14
$^9Be - ^8Be$	2 ?	$^{20}Ne - ^{19}F$	11
$^{10}B - ^9Be$	10	$^{28}Si - ^{27}Al$	6 ?
$^{11}B - ^{10}B$	10	$^{36}Ar - ^{35}Cl$	14
$^{12}C - ^{11}B$	15		
$^{13}C - ^{12}C$	7		
$^{14}N - ^{13}C$	4		

Some attention must be paid to the Be values. If we take Kirchner's [4] value $Be_8 = 8.0074 \pm \pm 0.0015$, then we obtain, with Szillard and Chalmer's [5] recent data for the photo-effect from Be_9 and Bainbridge's mass of Be_9, for the mass of the neutron the value:

$$1.0081 \leqslant m_n \leqslant 1.010.$$

Both limits coincide with Chadwick's resp. Joliot's values.

Proceeding the other way round, we can compute qualitatively the mass of Be_8 from Be_9, Chalmer's value of energy needed to expell the neutron from Be_9 ($h\nu = 0.0019$), and hypothetical neutronic mass 1.0078. We get then $Be_8 = 8.0096 \pm 0.0020$, which value does not lie beyond Kirchner's limits. It seems that the order of the mass of the lighter isotope of Be can be considered now as qualitatively determined.

We get a close value for Be_8, at M. Korsunski's suggestion, when interpreting the hard γ-rays observed by Lauritsen by the bombardment of Li, as leading also to the formation of Be_8.

We have neglected here the possible appearance of negative protons in Be, which, as pointed out by Dirac, would explain the stability of Be_9 (and makes even this nucleus unreasonably stable). We have admitted also that the nuclear system can be considered as the system of external electrons, i. e. 'step by step' and that the addition of the 'last' element does not alter the system much, which supposition is doubtful just with regard to the light nuclei.

It seems nevertheless in this way that besides a possible larger periodicity due to the formation of shells, the four-periodicity is also present.

Physico-Technical Institute.
Leningrad.

Received
4. XI. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] Ig. Tamm; D. Iwanenko. Nature, **133**, June 30, 1934. [2] cf. quotations in Heisenberg's Solvay report. 1933. — Д. Иваненко. „Атомное ядро". ГТТИ, Л., 1934. [3] Д. Иваненко. ДАН, нов. сер., № 2, 1933. D. Iwanenko C. R. Acad. Sci. URSS, nouv. sér., № 2, 1933. [4] F. Kirchner. Naturwiss., **22**, 480, 1934. [5] L. Szillard and T. A. Chalmers. Nature, **134**, 494, 1934.

Н. НЮБЕРГ

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИБЛИЖЕННОГО СПЕКТРОФОТОМЕТРИРОВАНИЯ БЕЗ РАЗЛОЖЕНИЯ В СПЕКТР

(*Представлено академиком С. И. Вавиловым 26 VIII 1934*)

1. Исходным пунктом настоящего сообщения является следующее положение теории ортогональных функций.

Пусть мы имеем некоторую функцию $\varphi(\lambda)$, заданную в интервале ab, и некоторую последовательность функций $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, $\dots f_n(\lambda)$, заданную в том же интервале. Не нарушая общности дальнейших выводов, мы можем считать, что все $f_i(\lambda)$ взаимно линейно независимы. Поставим своей задачей дать для функции $\varphi(\lambda)$ приближенное изображение с помощью линейной комбинации функций $f_i(\lambda)$, наилучшее с точки зрения принципа наименьших квадратов. Иначе говоря, наша задача найти такие n значений переменных $x_1, x_2, \dots x_n$, чтобы интеграл

$$\int_a^b \Big[\sum_{i=1}^{n} x_i f_i(\lambda) - \varphi(\lambda)\Big]^2 d\lambda = \min, \qquad [1]$$

т. е. принимал минимальное значение.

Решение этой задачи имеет особенно простой вид, если функции $f_i(\lambda)$ нормированы и взаимно ортогональны, т. е. если

$$\begin{aligned} &\int_a^b f_i(\lambda) f_i(\lambda)\, d\lambda = 0 \quad \text{для любых } i \neq j, \\ &\int_a^b f_i^2(\lambda)\, d\lambda = 1 \qquad \text{для любых } i. \end{aligned} \qquad [2]$$

Для такой системы, как известно из теории ортогональных функций, решение поставленной задачи дается формулами:

$$x_i = \int_a^b f_i(\lambda)\varphi(\lambda)\, d\lambda, \qquad [3]$$

откуда следует:

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} f_i(\lambda) \int_a^b f_i(\lambda)\varphi(\lambda)\, d\lambda, \qquad [4]$$

где $\varphi_{\text{пр}}(\lambda)$ и есть искомое наилучшее линейное приближение для функции $\varphi(\lambda)$.

В общем случае, если функции последовательности не ортогональны, мы можем поступить следующим образом. Положим:

$$F_1(\lambda) = a_{11} f_i(\lambda); \quad F_2(\lambda) = a_{21} F_1(\lambda) + a_{22} f_2(\lambda)$$

и вообще

$$F_j(\lambda) = \alpha_{jj} f_j(\lambda) + \sum_{i=1}^{j-1} a_{ji} F_i(\lambda) \qquad [5]$$

и т. д., причем коэффициенты a_{ij} определяются последовательно из рекуррентных условий:

$$\int_a^b F_1(\lambda)^2\,d\lambda = 1;\quad \int_a^b F_1 F_2\,d\lambda = 0;\ \text{и вообще}\ \int_a^b F_i^2\,d\lambda = 1;\quad \int_a^b F_i F_j\,d\lambda = 0\ \text{и т. д.} \quad [6]$$

Как легко видеть, если все $f_i(\lambda)$ взаимно линейно независимы, формулы [5] и [6] всегда позволяют нам найти систему чисел a_{ij} и систему функций $F_i(\lambda)$, причем функции $F_i(\lambda)$ будут все отличны от нуля, нормированы и взаимно ортогональны. С помощью формулы [5] нетрудно представить любую из функций $F_j(\lambda)$ в виде линейной комбинации первых j функций последовательности

$$F_j(\lambda) = \sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda). \quad [7]$$

Имея некоторую функцию $\varphi(\lambda)$, мы получим для нее наилучшее линейное приближение с помощью функций $F_j(\lambda)$ согласно формуле [4] в виде:

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} F_j(\lambda) \int_a^b F_j(\lambda)\,\varphi(\lambda)\,d\lambda. \quad [7']$$

Из формул [4], [7] нетрудно найти коэффициенты, дающие решение задачи:

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(\lambda). \quad [8]$$

Это действительно будет наилучшее линейное приближение для функции $\varphi(\lambda)$, так как в силу линейной связи [7] между $F_j(\lambda)$ и $f_i(\lambda)$ всякая линейная комбинация функций $F_j(\lambda)$ есть линейная комбинация функций $f_i(\lambda)$ и обратно.

2. Предположим, что мы имеем некоторый источник света с распределением энергии по спектру $\varphi(\lambda)$ в интервале длин волн от a до b и некоторое число n приборов, способных реагировать на действующий свет, причем связь между спектральным составом действующего света $\varphi(\lambda)$ и показанием i-того прибора α_i выражается формулами

$$\alpha_i = \int_a^b \varphi(\lambda) f_i(\lambda)\,d\lambda, \qquad (i = 1, 2, \ldots n). \quad [9]$$

где $f_i(\lambda)$ есть, очевидно, так называемая спектральная чувствительность прибора.

Приборами такого типа являются все известные до сего времени приборы, способные реагировать на действие света, как-то: фотоэлементы, термоэлементы, фотографическая пластинка,* человеческий глаз** и т. д. Если перед одним из таких приборов поставить светофильтр, то комбинацию из прибора и фильтра мы будем рассматривать как новый прибор того же типа. Чувствительность его, очевидно, будет равна теперь

* Показанием фотографической пластинки мы должны в этом случае считать ее почернение в пересчете на количество действовавшего света.

** Для глаза показаниями являются так наз. трехцветные компоненты цвета.

произведению чувствительности прибора без фильтра на коэффициент пропускания данного фильтра.

Пусть мы имеем некоторую последовательность таких приборов, спектральные чувствительности которых $f_i(\lambda)$ известны (это могут быть напр. фотоэлемент или фотопластинка с набором светофильтров), причем все функции $f_i(\lambda)$ взаимно линейно независимы. Подвергая эти приборы действию света, распределение интенсивности которого $\varphi(\lambda)$ нам неизвестно, мы получим экспериментальным путем значения α_i интегралов [9]. Спрашивается: в какой мере мы можем судить о кривой распределения энергии $\varphi(\lambda)$ данного источника света, располагая этими данными?

Зная кривые чувствительности $f_i(\lambda)$ наших приборов, мы можем построить последовательность нормированных ортогональных функций

$$F_j(\lambda) = \sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda). \qquad [7]$$

Тогда

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} F_j(\lambda) \int_a^b F_j(\lambda)\varphi(\lambda)\,d\lambda \qquad [4']$$

будет наилучшее линейное приближение к искомой функции $\varphi(\lambda)$.

Подставляя [7] и [4'], получим:

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n}\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda)\Big]\cdot\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji}\int_a^b f_i(\lambda)\varphi(\lambda)\,d\lambda\Big] = \\ = \sum_{j=1}^{n}\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda)\Big]\cdot\Big[\sum_{i=1}^{j}\alpha_i b_{ji}\Big] \qquad [10]$$

Формула [10] дает уже собственно решение задачи, но мы ее приведем к более удобному виду путем перегруппировки членов

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i \sum_{j,k=1}^{i} b_{ij} b_{ik} f_k(\lambda) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i \Phi_i(\lambda), \qquad [11]$$

где

$$\Phi_i(\lambda) = \sum_{j,k=1}^{i} b_{ij} b_{ik} f_k(\lambda).$$

Как показывает формула [11], функции $\Phi_i(\lambda)$ зависят только от кривых чувствительности наших приборов, и если эти последние известны, то функции $\Phi_i(\lambda)$ для данной серии приборов можно вычислить заранее раз навсегда, и для них могут быть составлены таблицы, которые использовались бы при последующих исследованиях.

Если это выполнено и функции $\Phi_i(\lambda)$ известны, то вычисление $\varphi_{\text{пр}}(\lambda)$ в каждом отдельном случае достаточно просто. Для этого нужно только, как показывает формула [11], помножить функции $\Phi_i(\lambda)$ на полученные из опыта показания приборов α_i и полученные результаты сложить.

Указать точность, даваемую данным методом при том или другом числе членов, в общем виде едва ли представляется возможным, так как

эта точность сильно зависит как от вида функции, приближенное выражение которой требуется найти, так и от вида исходных функций.

Предлагаемое решение всегда представляет собой одну из кривых семейства:

$$E(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(\lambda), \qquad [12]$$

зависящего линейно от n независимых параметров.

В пределах кривых этого семейства мы всегда получаем наилучшее решение в смысле соблюдения условия [1]. Таким образом, мы можем получить мало удовлетворительное решение только в том случае, если среди кривых семейства [12] не имеется ни одной достаточно близкой к истинному виду исследуемой функции.

Едва ли не в большинстве практических задач мы располагаем заранее целым рядом сведений относительно возможного вида исследуемой кривой.

Использование этих предварительных данных позволит выбрать исходные функции так, чтобы получать хорошее приближение уже при малом числе членов. Так, например, если мы имеем соответствующие предварительные данные, может быть целесообразным взять в качестве $f_1(\lambda)$ функцию соответствующую среднему ожидаемому распределению энергии, в качестве следующих функций $f_2(\lambda)$ — функции, ординаты которых пропорциональны сумме (или разности, если последняя не отрицательна) средней кривой распределения и кривой, соответствующей наиболее характерным отклонениям, которые можно ожидать встретить в том или ином случае. Если при измерениях можно ожидать несколько резко обособленных типов кривых, то следует взять в качестве исходных функций пропорциональные этим средним наиболее характерным кривым, или же пропорциональные некоторым линейно независимым линейным комбинациям этих кривых. В том или ином конкретном случае возможно при выборе исходных кривых использовать и другие, даже чисто качественные, предварительные сведения о характере могущих встретиться кривых. При достаточно удачном выборе исходных кривых можно рассчитывать на получение удовлетворительной точности, даже при небольшом количестве членов, так как семейства кривых, зависящих хотя бы только от трех, четырех произвольных параметров, представляют обычно весьма богатое их разнообразие, не говоря уже о том, когда число этих параметров большое.

Все сказанное дает основания надеяться, что предлагаемый метод может оказаться полезным для практики, так как позволяет производить измерения исследуемого источника с помощью простейшей аппаратуры (например экспонируя фотопластинку, в кассету которой вставлены в виде глазков соответственные светофильтры). Для измерений, особенно в экспедиционных условиях, это может представить очевидные преимущества.

Государственный оптический институт.
Ленинград.

Поступило
26 VII 1934.

PHYSIK

ÜBER DIE MÖGLICHKEIT ANGENÄHERTEN SPEKTROPHOTOMETRIERENS OHNE ZERLEGUNG INS SPEKTRUM

Von N. NYBERG

(*Vorgelegt von S. Wawilow, Mitglied der Akademie, d. 26. VIII. 1934*)

1. Ausgangspunkt des vorliegenden Beitrags sind folgende Sätze der Theorie der orthogonalen Funktionen. Gesetzt, wir haben eine Funktion $\varphi(\lambda)$, die im Intervall ab, und eine kontinuierliche Reihe von Funktionen $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, ... $f_n(\lambda)$, die in demselben Intervall gegeben ist. Ohne der Allgemeinheit der weiteren Schlussfolgerungen Abbruch zu tun, können wir annehmen, das alle $f_i(\lambda)$ gegenseitig linear unabhängig sind. Wir stellen uns die Aufgabe, einen angenäherten Ausdruck für die Funktion $\varphi(\lambda)$ mit Hilfe einer linearen Kombination der Funktionen $f_i(\lambda)$ zu geben und zwar einen solchen, der vom Standpunkt des Prinzips der kleinsten Quadrate als der beste erscheint. Anders gesprochen, unsere Aufgabe besteht darin, solche n Werte der Variablen $x_1\, x_2 \ldots x_n$ zu finden, dass das Integral

$$\int_a^b \left[\sum_{i=1}^{n} x_1 f_i(\lambda) - \varphi(\lambda)\right]^2 d\lambda = \min \qquad [1]$$

d. h. einen minimalen Wert annimmt.

Die Lösung dieser Aufgabe wird besonders einfach, wenn die Funktionen $f_i(\lambda)$ normiert und gegenseitig orthogonal sind, d. h. wenn

$$\begin{aligned} &\int_a^b f_i(\lambda)\, f_i(\lambda)\, d\lambda = 0 \quad \text{bei beliebigen} \quad i \neq j, \\ &\int_a^b f_i^2(\lambda)\, d\lambda = 1 \quad \text{bei beliebigem } i. \end{aligned} \qquad [2]$$

Für ein solches System wird, wie es aus der Theorie der orthogonalen Funktionen bekannt ist, die Lösung der gestellten Aufgabe durch folgende Formeln gegeben:

$$x_1 = \int_a^b f_i(\lambda)\, \varphi(\lambda)\, d\lambda. \qquad [3]$$

Daraus folgt:

$$\varphi_{\text{sp}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} f_i(\lambda) \int_a^b f_i(\lambda)\, \varphi(\lambda)\, d\lambda, \qquad [4]$$

wo $\varphi_{\text{np}}(\lambda)$ die gesuchte beste lineare Annäherung für die Funktion $\varphi(\lambda)$ ist.

Im allgemeinen Falle, wenn die kontinuierlichen Funktionen nicht orthogonal sind, können wir folgendermassen verfahren.

Wir setzen:

$$F^1(\lambda) = a_{11} f_i(\lambda); \quad F_2(\lambda) = a_{21} F_1(\lambda) + a_{22} f_2(\lambda)$$

und überhaupt

$$F_j(\lambda) = a_{jj} f_j(\lambda) + \sum_{i=1}^{j-1} a_{ji} F_i(\lambda) \qquad [5]$$

u. s. w., wobei die Koeffizienten a_{ij} folgerichtig aus den Rekurrenzbedingungen bestimmt werden

$$\int_a^b F_1(\lambda)^2 d\lambda = 1; \quad \int_a^b F_1 F_2 d\lambda = 0; \quad \text{und überhaupt} \quad \int_a^b F_i^2 d\lambda = 1; \qquad [6]$$

$$\int_a^b F_i F_j d\lambda = 0 \quad \text{u. s. w.}$$

Wie leicht zu ersehen, wenn alle $f_i(\lambda)$ gegenseitig linear unabhängig sind, so erlauben Formeln [5] und [6] ein System von Zahlen a_{ij} und ein System von Funktionen $F_i(\lambda)$ zu finden, wobei alle Funktionen $F_i(\lambda)$ von Null verschieden normiert und gegenseitig orthogonal sein werden.

Mit Hilfe der Formel [5] ist es nicht schwer eine beliebige Funktion $F_j(\lambda)$ als eine lineare Kombination der ersten j Funktionen der Folge

$$F_j(\lambda) = \sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda) \qquad [7]$$

darzustellen. Haben wir irgend eine Funktion $\varphi(\lambda)$, so werden wir die beste lineare Annäherung für sie mit Hilfe der Funktionen $F_i(\lambda)$ der Formel [4] gemäss erhalten, und zwar in der Form

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} F_j(\lambda) \int_a^b F_j(\lambda) \varphi(\lambda) d\lambda. \qquad [7']$$

Aus den Formeln [4] und [7] ist es nicht schwer, die Koeffizienten zu finden, die die Lösung der Aufgabe ergeben:

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n} x_1 f_i(\lambda). \qquad [8]$$

Dieses ist in der Tat die beste lineare Annäherung für die Funktion $\varphi(\lambda)$, weil infolge der linearen Abhängigkeit [7] zwischen $F_j(\lambda)$ und $f_i(\lambda)$ jede lineare Kombination der Funktionen $F_j(\lambda)$ gleichzeitig auch eine lineare Kombination der Funktionen $f_i(\lambda)$ und umgekehrt ist.

2. Nehmen wir an, wir besitzen irgend eine Lichtquelle mit einer Energieverteilung $\varphi(\lambda)$ über das Spektrum im Intervall der Wellenlängen von a bis b und irgend eine Anzahl n von Apparaten, die auf das einwirkende Licht reaktionsfähig sind, wobei der Zusammenhang zwischen der spektralen Zusammensetzung des einwirkenden Lichtes $\varphi(\lambda)$ und der Angabe des i-ten Apparates α_i durch die Formeln ausgedrückt wird

$$\alpha_i = \int_a^b \varphi(\lambda) f_i(\lambda) d\lambda, \qquad (i = 1, 2, \ldots n) \qquad [9]$$

wobei $f_i(\lambda)$ offenbar die sogenannte Funktion der spektralen Empfindlichkeit des Apparates ist.

Als solche Apparate erscheinen wohl fast alle bisher bekannten Apparate, die auf die Einwirkung von Licht reaktionsfähig sind, als:

Photo- und Thermoelemente, photographische Platten,* menschliches Auge** u. s. w., Wenn man vor irgend einen von diesen Apparaten einen Lichtfilter setzt, so werden wir die Kombination des Apparats und des Filters als einen neuen Apparat von demselben Typus ansehen. Die Funtion der Empfindlichkeit wird jetzt augenscheinlich dem Produkt aus der Funktion der Empfindlichkeit des Apparats ohne Filter und der Funktion (Kurve) der Durchlässigkeit des Filters gleich sein.

Gesetzt, wirhaben eine gewisse Folge solcher Apparate, deren spektrale Empfindlichkeiten $f_i(\lambda)$ bekannt sind (es können, z. B., ein Photoelement oder eine Photoplatte mit einem Assortiment von Lichtfiltern versehen sein), wobei alle Funktionen $f_i(\lambda)$ gegenseitig linear unabhängig sind. Wenn wir diese Apparate der Einwirkung irgend einer Lichtquelle aussetzen, deren Verteilungskurve $\varphi(\lambda)$ uns unbekannt ist, werden wir auf experimentellem Wege die Werte α_i der Integrale [9] erhalten. Es entsteht die Frage: wenn wir über diese Daten verfügen, wie weit können wir uns über die Kurve der Energieverteilung $\varphi(\lambda)$ der gegebenen Lichtquelle ein Urteil bilden?

Wenn wir die Empfindlichkeitskurven $f_i(\lambda)$ unserer Apparate kennen, können wir eine Folge von Reihe der normierten orthogonalen Funktionen bilden

$$F_j(\lambda) = \sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda), \qquad [7]$$

sodann wird

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} F_j(\lambda) \int_a^b F_j(\lambda)\varphi(\lambda)d\lambda \qquad [4']$$

die beste lineare Annäherung der gesuchten Funktion $\varphi(\lambda)$ sein.

Aus [7] und [4] erhalten wir

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{j=1}^{n}\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda)\Big]\cdot\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji}\int_a^b f_i(\lambda)\,\varphi(\lambda)\,d\lambda\Big] = \\ = \sum_{j=1}^{n}\Big[\sum_{i=1}^{j} b_{ji} f_i(\lambda)\Big]\cdot\Big[\sum_{i=1}^{j}\alpha_i b_{ji}\Big]. \qquad [10]$$

Die Formel [10] gibt schon eigentlich die Lösung der Aufgabe, aber wir werden ihr durch Umstellung der Glieder eine bequemere Form verleihen

$$\varphi_{\text{пр}}(\lambda) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i \sum_{j,k=1}^{i} b_{ij}\, b_{ik}\, f_k(\lambda) = \sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\Phi_i(\lambda), \qquad [11]$$

wo

$$\Phi_i\lambda = \sum_{j,k=1}^{i} b_{ij}\, b_{ik} f_k(\lambda)$$

ist. Wie die Formel [11] zeigt, hängen die Funktionen $\Phi_i(\lambda)$ nur von den Empfindlichkeitskurven unserer Apparate ab. Sind diese bekannt, so kann man im voraus ein für alle Male die Funktionen $\Phi_i(\lambda)$ für die gegebene Serie von Apparaten berechnen und man kann für sie Tabellen zusammenstellen, die bei den folgenden Untersuchungen verwendet werden können.

Ist dieses geschehen und sind die Funktionen $\Phi_i(\lambda)$ bekannt, so ist die Berechnung von $\varphi_{\text{пр}}(\lambda)$ in jedem einzelnen Falle einfach genug.

* Als Angabe der photographischen Platte muss ihr Schwärzungsgrad, und zwar umgerechnet auf die Menge des einwirkenden Lichtes gelten.

** Für das Auge gelten als Angaben die s. g. dreifarbigen Lichtkomponenten.

Man muss nur, wie die Formel [11] zeigt, die Funktionen $\Phi_i(\lambda)$ mit den experimentell ermittelten Angaben der Apparate α_1 multiplizieren und die erhaltenen Resultate addieren. Es ist kaum möglich in allgemeiner Form den Grad der Genauigkeit, den diese Methode bei der oder jener Anzahl von Gliedern ergibt, festzustellen; denn diese Genauigkeit hängt sowohl von der Art der Funktion ab, deren angenäherter Ausdruck su finden ist, als auch von der Art der Ausgangsfunktionen.

Die vorgeschlagene Lösung stellt immer eine von den Kurven folgender Familie dar:

$$E(\lambda) \sum_{i=1}^{n} x_i f_i(\lambda). \qquad [12]$$

Diese Familie hängt linear von n unabhängigen Parametern ab.

Innerhalb der Kurven dieser Familie werden wir immer die beste Lösung im Sinne der Erfüllung der Bedingung [1] finden. Somit können wir eine wenig befriedigende Lösung nur dann erhalten, wenn unter den Kurven der Familie [12] keine einzige vorhanden ist, die der wahren Form der untersuchten Funktion genügend nahe steht.

Wohl in der Mehrzahl der praktischen Aufgaben verfügen wir schon im voraus über eine ganze Reihe von Daten inbezug auf die mögliche Form der untersuchten Kurve.

Die Verwertung dieser im voraus bekannten Daten erlaubt eine derartige Auswahl der Anfangsfunktionen, dass gute Annäherungen schon bei einer kleinen Zahl von Gliedern erzielt werden können. Besitzen wir, z. B., entsprechende im voraus bekannte Daten, so ist es vielleicht zweckmässiger als $f_i(\lambda)$ eine Funktion anzunehmen, welche einer mittleren erwarteten Energieverteilung entspricht, als folgende Funktionen $f_2(\lambda)$, solche, deren Ordinaten proportional sind der Summe (oder der Differenz, wenn letztere nicht negativ ist) der mittleren Verteilungskurve und derjenigen Kurve, welche die am meisten charakteristischen jeweilig zu erwartenden Abweichungen angiebt.

Wenn man bei den Messungen verschiedene schroff abgesonderte Typen von Kurven anzutreffen erwartet, so sind als Ausgangsfunktionen solche Funktionen zu nehmen, die diesen mittleren, besonders charakteristischen Kurven oder unabhängigen linearen Kombinationen solcher Kurven proportional sind. In verschiedenen konkreten Fällen kann man bei der Auswahl der Ausgangsfunktionen auch andere sogar rein qualitative im voraus bekannte Daten über den Charakter der möglichen Kurven verwerten. Bei einer genügend glücklichen Auswahl der Anfangsfunktionen kann man auf eine befriedigende Genauigkeit rechnen, sogar bei einer kleinen Anzahl von Gliedern, denn Kurven-Familien, die nur von 3 bis 4 willkürlichen Parametern abhängen, bieten schon eine reiche Vielgestaltigkeit, nicht zu sprechen von den Fällen, wenn die Zahl der Parameter grösser ist.

Das Gesagte lässt die begründete Hoffnung zu, dass die vorgeschlagene Methode sich für die Praxis als nützlich erweisen könnte, denn sie ermöglicht die eigentliche Abmessung der zu untersuchenden Lichtquelle mit Hilfe der einfachsten Vorrichtungen (z. B., Exposition einer Photoplatte, vor welcher die nötigen Lichtfilter eingesetzt sind). Besonders bei Messungen auf Expeditionen kann dieses Verfahren augenscheinliche Vorteile bieten.

Optisches Institut.
Leningrad.

Eingegangen
d. 26. VII. 1934.

ХИМИЯ

Н. А. ОРЛОВ

НОВЫЙ СИНТЕЗ УГЛЕВОДОРОДОВ РЯДА C_nH_{2n+2}

(*Представлено академиком А. Е. Фаворским 19 VIII 1934*)

Предлагаемый синтез предельных жирных углеводородов, в отличие от всех ранее описанных, заключается в исчерпывающем гидрировании фурановых дериватов.

Раскрытие кислородного гетероцикла фурана при восстановлении было отмечено раньше (1).

Так, из фурфурола в конечном итоге получался нормальный амиловый спирт наряду с тетрагидрофуриловым алкоголем, пентандиолом-1, 2 и пентандиолом-1, 5.

Можно было надеяться, что при применении более энергичного восстановления за раскрытием цикла последует полное элиминирование кислорода в виде воды. Действительно, фурфурол, гидрируемый под давлением водорода в 150 атмосфер и при температурах между 220—320°, в присутствии трехсернистого молибдена нацело отщепляет воду и превращается в смесь углеводородов различного молекулярного веса, из которой несколькими перегонками удается легко изолировать чистый нормальный пентан в количестве 40% от теоретического выхода. В отдельных опытах, проведенных при несколько более нежных условиях, результирующие углеводороды сопровождаются небольшими количествами кислородных соединений, из числа которых смогли быть выделены сильван (2 метилфуран) и нормальный амиловый спирт.

Присутствие этих продуктов разъясняет и без того несложный химизм образования пентана из фурфурола.

Представлялось крайне вероятным, что при гидрировании подобно фурфуролу будут себя вести и другие дериваты фурана.

Действительно легко доступный фуральакролеин при гидрировании под давлением в присутствии никеля наряду со значительными количествами смолистых кислородсодержащих продуктов дает 15% весьма чистого нормального гептана.

Значительно легче идет гидрирование фурилэтилкарбинала (из магнийбромэтила и фурфурола).

При получасовым нагревании карбинола в присутствии смешанного молибдено-никелевого катализатора (7 частей MoS_3 + 3 части NiO) под начальным давлением в 100 атмосфер водорода при 300—315°, происходит полное отщепление воды и образование углеводородной смеси, из которой перегонкой, промывкой серной кислотой и новой перегонкой было выделено 30% (от теоретического выхода) нормального гептана, кипевшего при 98—99°.

Его удельный вес $d_4^{20} = 0.6828$, показатель преломления $n_D^{20} = 1.3875$.

Приведенные константы говорят за высокую чистоту углеводорода.

Ориентировочные опыты показали, что описанный способ является общим для получения ряда других жирных углеводородов из соответствующих производных фурана.

В качестве главного продукта получаются жирные углеводороды с тем же числом углеводородных атомов в цепи, что и в исходном материале.

Доклады Акад. Наук СССР, 1934, том IV, № 5—6.

Точно так же подбором условий гидрирования (температура, время, катализатор) возможно дальнейшее улучшение выходов.

Помимо чисто теоретического интереса синтез предельных углеводородов ряда C_nH_{2n+2} не лишен и известного практического значения, по крайней мере в настоящее время для гептана.

Последний для оценки детонации жидкого топлива по так называемой октановой шкале представляет собою технически очень ценный и у нас трудно доступный в чистом виде продукт.

Предлагаемый синтез гептана из дешевого и доступного сырья открывает новые пути для получения этого углеводорода.

Исследование продолжается.

Лоборатория химии угля.
Ленинград.

Поступило
19 VIII 1934.

CHEMISTRY

A NEW SYNTHESIS OF THE HYDROCARBONS OF THE C_nH_{2n+2} SERIES

By N. ORLOV

(*Communicated by A. Favorskij, Member of the Academy, 19. VIII. 1934*)

The proposed synthesis of saturated aliphatic hydrocarbons differs from all the previously described by the complete hydrogenation of the furane derivatives.

The opening of the oxygen heterocycle of furane during reduction has been described previously (1).

Thus furfurol was converted into normal amyl alcohol, together with tetrahydrofuryl alcohol, pentandiol-1,2, and pentandiol-1,5.

It could be expected that with a more energetic reduction, the opening of the cycle would be followed by the complete elimination of oxygen in the form of water.

The fact is that furfurol hydrogenated under the hydrogen pressure of 150 atm. and at temperatures of 220 to 320° in the presence of molybdenum trisulphide, is dehydrated and turns into a mixture of hydrocarbons of different molecular weight, from which by several distillations it is possible to isolate a pure normal pentane to the amount of 40% of the theoretical yield.

In some experiments, carried out under somewhat more 'delicate' conditions, the resulting hydrocarbons are accompanied by small amounts of oxygen compounds, out of which sylvane (2-methyl-furane) and normal amyl alcohol could be isolated.

The presence of these products explains the simple chemism of the formation of pentane out of furfurol.

It seemed very probable that other furane derivatives would behave during hydrogenation similarly to furfurol.

The easily obtained furalacrolein, being hydrogenated under pressure in the presence of nickel, yields considerable quantities of resinous oxygen-containing products as well as 15% of a very pure normal heptane.

The hydrogenation of furylethylcarbinol (out of magnesium bromethyl and furfurol) is much more easily accomplished.

The heating of carbinol for half an hour in the presence of a mixed molybdenum-nickel catalyzer (7 parts of MoS_3 + 3 parts of NiO) under an initial hydrogen pressure of 100 atm. at 300—315° results in a complete

dehydration and the formation of a hydrocarbon mixture, from which by successive distillation, washing with sulphuric acid, and repeated distillation, 30% (of the theoretical yield) of normal heptane, boiling at 98—99°, was separated.

Its specific weight $d_4^{20} = 0.6828$, the refraction index $n_D^{20} = 1.3874$.

These constants show the high degree of purity of the hydrocarbon.

Preliminary experiments have shown that the above method is a general one to obtain other aliphatic hydrocarbons from the corresponding derivatives of furane.

As the main product are obtained the aliphatic hydrocarbons with the same number of hydrocarbon atoms in the chain as in the original substance.

By selecting conditions for hydrogenation (temperature, time, catalyzer) it is possible to effect a further improvement of the yields.

Besides a purely theoretical interest attaching to it, the synthesis of saturated hydrocarbons of the C_nH_{2n+2} series is of some practical interest, at least for heptane at the present time.

Heptane is a very valuable product for estimating the detonation of liquid fuels by means of the so-called octane scale, but it is difficult to obtain it in the pure state.

The suggested synthesis of heptane from a cheap and easily obtainable raw material opens new possibilities of producing this hydrocarbon.

The investigation is being continued.

Laboratory of Coal. Chemistry
Leningrad.

Received
19. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] Adams and Kaufmann. J. Am. Chem. Soc., **45**, 3029 (1923). — Adams and Pierce. Ibid., **47**, 1098 (1925).

ХИМИЯ

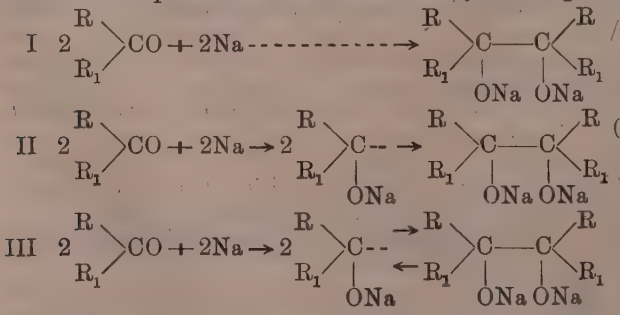
И. Н. НАЗАРОВ

О ДЕЙСТВИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО НАТРИЯ НА ЖИРНЫЕ КЕТОНЫ. III

РЕАКЦИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО НАТРИЯ С ИЗОБУТИРОНОМ

(Представлено академиком А. Е. Фаворским 1 VIII 1934)

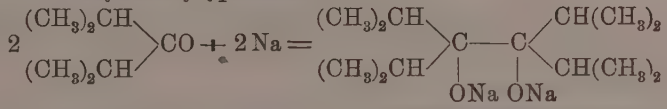
В прежних работах нами было показано ([1]), что если кетоны имеют в своем составе рядом с карбонилом трет. алкил или фенил, то их реакция с металлическим натрием в зависимости от строения другого радикала может протекать по одной из следующих трех схем:



Из этих данных следует, что наибольшее диссоциирующее влияние оказывают третичные алкилы, наименьшее первичные, вторичные же за-

нимают среднее место. В частности, сравнение реакций металлического натрия с фенилизопропил- и фенил трет. бутилкетонами, где первый реагирует по схеме II, а последний по схеме III, показывает, что изопропил обладает меньшей способностью к повышению диссоциации по сравнению с трет. бутилом.

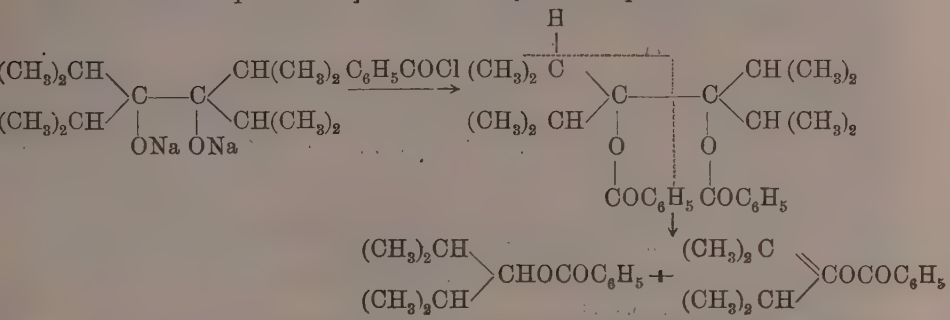
Поэтому представлялось интересным изучить реакцию металлического натрия еще с изобутироном и посмотреть, способен ли в данном случае металлкетил к существованию. При этом оказалось, что реакция проходит по следующему уравнению:



Если при пентаметилацетоне еще можно констатировать промежуточное появление кетила, то здесь его не наблюдается совершенно. Замена трет. бутила в пентаметилацетоне изопропилом сделала невозможным его существование. Выделения водорода при этой реакции не происходит.

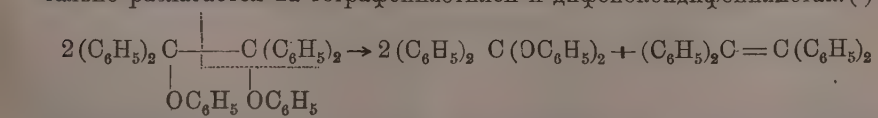
При гидролизе Na-изобутиронпинаколята водой и разбавленной серной кислотой возникает смесь, состоящая приблизительно на 90% из исходного изобутирона и его спирта и 10% изобутиронпинакона.

При взаимодействии же эфирного раствора пинаколята с хлористым бензоилом реакция протекает следующим образом:



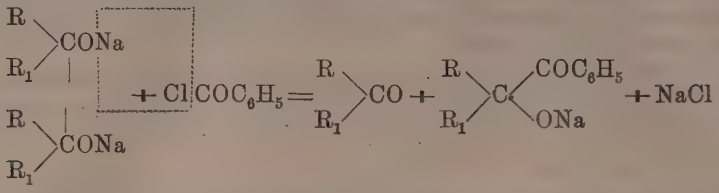
При этом дибензойный эфир пинакона выделить совершенно не удается, так как он нацело расщепляется, как указано в приведенной схеме. Строение этих эфиров было доказано омылением их спиртовой щелочью. При этом количественно возникает изобутирон, его спирт и бензойная кислота и употребляется на омыление теоретическое количество щелочи. Повидимому аналогично проходит реакция и с иодистым метилом, с тем лишь различием, что в данном случае удается выделить небольшое количество (3—5%) изобутиронпинакона.

Расщепление отмеченного эфира существенно отличается от механизма расщепления эфиров ароматических пинаконов. Так напр. дифениловый эфир бензпинакона, при нагревании до 230—240°, моментально разлагается на тетрафенилэтилен и дифеноксидифенилметан: (2)



Интересно отметить также отличие реакций хлористого бензоила с Na-изобутиронпинаколятом и металлкетилами. На примере триметил-

ацетофенонкетила мы показали, что их реакция с хлористым бензоилом протекает следующим образом:



В силу особой неустойчивости этановой связи здесь, повидимому, совершенно не возникает дибензойных эфиров пинакона, даже и в промежуточной стадии.

Описание опытов

Диизопропилкарбинол готовился по Гриньяру из MgBr-изопропила и изомасляного альдегида с выходом 65%. Окислением хромово-сернокислой смесью этот карбинол превращался в изобутирон с т. к. 123—125° (с выходом 70%).

Присоединение натрия к изобутирону. В одном из опытов было взято 30 г кетона, 7 г натрия (кусочками) и 120 см³ абсолютного эфира. Реакция проводилась в герметически закрытой колбочке. Присоединение происходит довольно энергично, с разогреванием раствора, время от времени охлаждаемого льдом, и заканчивается через 2—3 дня.

Окраски при этом совершенно не появляется. Остаток непрореагировавшего натрия весил 1 г, присоединилось 6 г. По теории следует 6.05 г. В других опытах количество потребленного натрия определялось титрованием, давшим аналогичные результаты. При гидролизе бесцветного раствора пинаколята разбавленной серной кислотой было получено: смеси изобутирона и его спирта с т. к. 123—137°—24 г и 4 г закристаллизовавшегося остатка, из которого после перекристаллизации из эфира было выделено около 3 г чистого изобутиронпинакона. Это бесцветные кристаллы слабого камфарного запаха с т. пл. 90—91°.

%C найд. 73. 18, выч. 73. 04
%H найд. 13. 31, выч. 13. 04
Молекулярный вес. найд. 221, выч. для $C_{14}H_{30}O_2$ 230

Реакция Na-изобутиронпинаколята с хлористым бензоилом. К 10 г эфирного раствора пинаколята по каплям было прилито 10.5 г. эфирного раствора хлористого бензоила при охлаждении в смеси снега и соли. После смешения реагентов тотчас выпадает осадок NaCl и появляется оранжевая окраска, которая вскоре исчезает. После удаления NaCl водой, эфирный раствор был высушен, эфир отогнан, а остаток промыт раствором соды для удаления хлористого бензоила и перегнан в вакууме.

В результате было получено 7 г бесцветной жидкости, приятного ароматичного запаха с т. к. 150—153° при 19 мм. Остаток смолы около 2 г

%C найд. 76. 13, выч. для $C_{28}H_{38}O_4$ 76. 71
%H найд. 9. 42, выч. 8. 67

Молекулярный вес найд. 210, выч. для $\frac{C_{28}H_{38}O_4}{2}$ 219

Для омыления эфиров было взято 6 г вещества и 20 см³ $^5/_N$ спиртовой щелочи. Масса тотчас после прилития щелочи превратилась

в густую кашу с разогреванием. Добавив еще 20 см³ спирта она нагревалась с обратным холодильником в течение двух часов. После этого была разбавлена водой и извлечена эфиром. После высушивания и отгонки эфира было получено 3 г смеси изобутирона и его спирта с т. к. 125—137°.

Обработкой этой смеси раствором семикарбазида были получены характерные чешуйчатые кристаллы семикарбазона с т. пл. 153—155°. Семикарбазон исходного изобутирона плавился при 155°, проба смешения 155°. Титрованием было найдено, что на омыление эфиров пошло 1.5 г KOH. По теории на 6 г $[(CH_3)_2CH]_2COCOC_6H_5$ следует 1.56 г.

При подкислении щелочной жидкости было выделено 2.5 г бензойной кислоты.

Реакция Na-изобутиронпинаколята с CH_3J. К эфирному раствору 15 г пинаколята было прилито постепенно 25 г иодистого метила. Реакция начинается вскоре, очень бурно — с сильным разогреванием. После нагревания на водяной бане с обратным холодильником в течение семи часов эфирный раствор был отфильтрован от NaJ, эфир отогнан, а остаток перегнан на сплаве Вуда; получено 12 г бесцветной жидкости с камфарным запахом, очень напоминающим сам изобутирон и его спирт, с т. к. 123—137° (однако изобутирона здесь с семикарбазидом не могло быть обнаружено), и остаток при стоянии выделил около 0.5 г прекрасно образованных кристаллов изобутиронпинакона с т. пл. 91—92°.

При омылении эфиров с т. к. 123—137° иодистоводородной кислотой получается значительно меньше иодистого метила, чем требуется теорией для $[(CH_3)_2CH]_2COCH_3$ (около 40%), поэтому их строение еще нельзя считать окончательно установленным.

Лаборатория органической химии Химического института при Ленинградском государственном университете им. А. С. Бубнова.

Поступило 1 VIII 1934.

CHEMIE

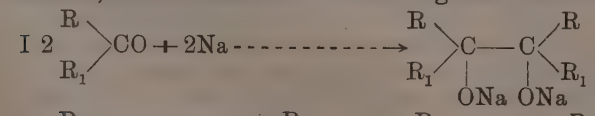
ÜBER DIE WIRKUNG METALLISCHEN NATRIUMS AUF FETTKETONE. III

DIE REAKTION DES METALLISCHEN NATRIUMS MIT ISOBUTYRON

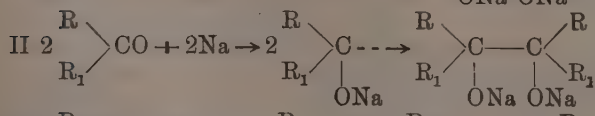
Von I. NAZAROV

(*Vorgelegt von A. Favorskij, Mitglied der Akademie, d. 12 IX. 1934*)

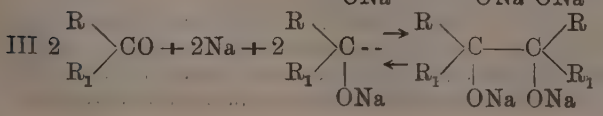
In unseren vorhergehenden Arbeiten haben wir (1) gezeigt, dass, wenn Ketone neben dem Carbonyl ein tertiäres Alkyl oder Phenyl enthalten, ihre Reaktion mit metallischem Natrium, je nach der Struktur des anderen Radikals, nach einem der drei nachfolgenden Schemata verläuft:



(für Pinakolin, Methyl- und Äthylpinakolin)

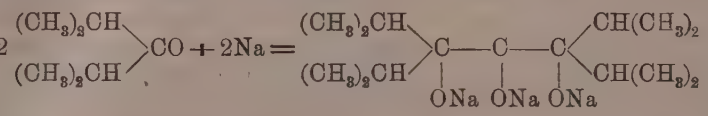


(Penta- und Hexamethylaceton, Diäthylpinakolin, Äthyl- und Dimethylacetophenon)



(Triäthylpinakolin, sowie Diäthyltrimethyl- und Triäthylacetophenon)

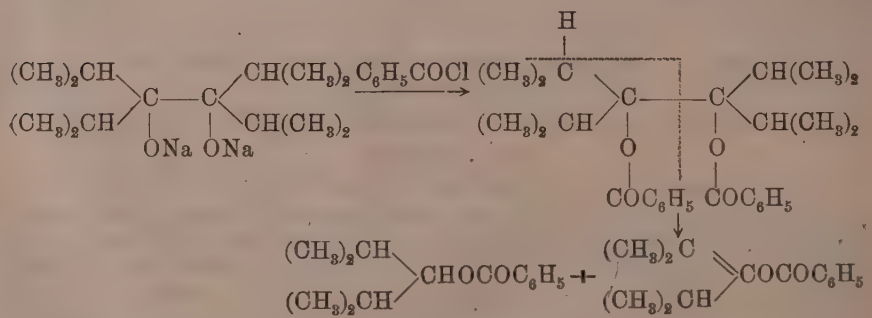
Aus diesen Angaben folgt, dass tertiäre Alkyle die stärkste dissoziierende Wirkung ausüben, primäre Alkyle — die schwächste, während die sekundären eine Mittelstellung einnehmen. Ins besondere zeigt ein Vergleich der Reaktionen des metallischen Natriums mit Phenylisopropyl und Phenyl-Tertiärbutyl-Ketonen, wo ersteres nach dem Schema II, letzteres nach dem Schema III reagiert, dass Isopropyl im Vergleich mit tertiärem Butyl eine geringere Fähigkeit besitzt, die Dissoziation zu steigern. Es war daher von Interesse, noch die Reaktion des metallischen Natriums mit Isobutyron zu untersuchen und festzustellen, ob das Metallketyl im gegebenen Falle existenzfähig ist. Es erwies sich, dass hierbei die Reaktion nach folgender Gleichung verläuft:



Wenn bei Pentamethylaceton noch das intermediäre Auftreten des Ketyls konstatiert werden kann, so wird es hier überhaupt nicht mehr beobachtet. Der Ersatz des tertiären Butyls im Pentamethylaceton durch Isopropyl hat seine Existenz unmöglich gemacht. Ausscheidung von Wasserstoff findet bei dieser Reaktion nicht statt.

Bei des Hydrolyse des Na-Isobutyronpinakolats mit Wasser und verdünnter Schwefelsäure entsteht ein Gemisch, das etwa zu 90% aus dem ursprünglichen Isobutyron und seinem Alcohol und zu 10% aus Isobutyronpinakon besteht.

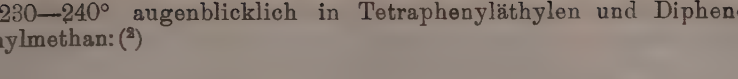
Bei gegenseitiger Einwirkung ätherischer Lösungen des Pinakolats mit Benzoylchlorid verläuft aber die Reaktion folgendermassen:



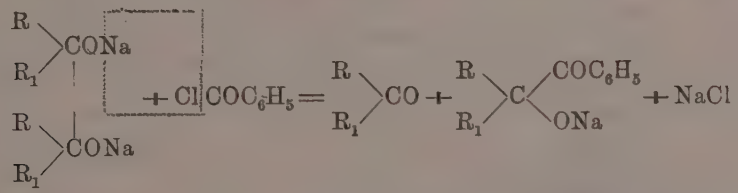
Dabei gelingt es nicht, den Dibenzoester des Pinakons ganz zu isolieren, da er restlos gespalten wird, wie das angeführte Schema zeigt. Der Strukturnachweis wurde bei diesen Estern durch Verseifung mit alkoholischen Alkalien erbracht. Dabei entstehen quantitativ Isobutyron, sein Alkohol und Benzoësäure, und dabei wird die theoretische Alkalimenge zur Verseifung aufgewandt. Auf analoge Weise verläuft auch die Reaktion mit Jodmethyl, mit dem einzigen Unterschied, dass es in diesem Falle gelingt, eine geringe Menge (3—5%) von Isobutyron-Pinakon zu gewinnen.

Die Spaltung des angegebenen Esters unterscheidet sich wesentlich vom Mechanismus der Spaltung der Äther von aromatischen Pinakonen. So zerfällt, beispielsweise, der Diphenyläther des Benzpinakons bei Erwärmung

auf 230—240° augenblicklich in Tetraphenyläthylen und Diphenoxydiphenylmethan: (2)



Es ist auch von Interesse, die Eigentümlichkeit der Reaktion des Benzoylchlorids mit Na-Isobutyronpinakolat und Metallketylen hervorzuheben. An dem Beispiel des Trimethylacetophenonketyls haben wir gezeigt, dass ihre Reaktion mit Benzoylchlorid folgendermassen verläuft:



Infolge der besonders geringen Beständigkeit der Äthan-Bindung entstehen hier offenbar gar keine Dibenzoester des Pinakons, nicht einmal im Zwischenstadium.

Beschreibung der Versuche

Diisopropylkarbinol wurde nach Grignard aus MgBr-Isopropyl und Isobutyraldehyd angefertigt, die Ausbeute betrug 65%. Durch Oxydation mit Chromschwefelsäuregemisch wurde dieses Karbinol in Isobutyron mit einem Siedepunkt von 123—125° umgewandelt (Ausbeute 70%).

Anlagerung von Natrium an Isobutyron. In einem der Versuche wurden 30 g Keton, 7 g Natrium (in Stücken) und 120 cm^3 absoluten Äthers genommen. Die Reaktion wurde in einem hermetisch geschlossenen Kolben ausgeführt. Die Anlagerung geschieht ziemlich energisch unter Erwärmung der Flüssigkeit, die von Zeit zu Zeit mit Eis gekühlt wurde, und findet nach 2—3 Tagen ihren Abschluss. Eine Färbung tritt dabei garnicht auf. Der Rest des während der Reaktion nicht aufgebrauchten Natriums wog 1 g, also haben 6 g sich angefügt, während es theoretisch 6.05 g sein sollten. In anderen Versuchen wurde die Menge des aufgebrauchten Natriums durch Titrieren bestimmt; das Resultat war hierbei analog. Bei Hydrolyse der farblosen Pinakolatlösung durch verdünnte Schwefelsäure ergaben sich 24 g einer Mischung des Isobutyrons mit seinem Alkohol (Siedepunkt 123—137°) und 4 g eines kristallischen Restes, aus welchem nach Umkristallisierung aus Äther gegen 3 g reinen Isobutyronpinakons gewonnen wurden. Es sind farblose Kristalle mit schwachem Camphergeruch und einer Schmelztemperatur von 90—91°.

C nachgewiesen 73.18%, berechnet 73.04%
H nachgewiesen 13.31, berechnet 13.04%
Molekulargewicht: bestimmt 221, berechnet für $C_{14}H_{30}O_2$ 230

Reaktion des Na-Isobutyronpinakolats mit Benzoylchlorid. Zu 10 g einer ätherischen Lösung des Pinakolats wurden tropfenweise 10.5 g ätherischer Chlorbenzoyllösung unter Abkühlung in einem Gemisch von Schnee und Salz hinzugefügt. Nach Vermischung der

Reagentien fällt sogleich ein NaCl-Niederschlag aus und erscheint eine orange Färbung, die alsbald wieder verschwindet. Nach Entfernung des NaCl durch Wasser wurde die ätherische Lösung getrocknet, der Äther abgedampft und der Rest zwecks Entfernung des Benzoylchlorids mit Sodalösung ausgewaschen und im Vakuum destilliert. Das Resultat waren 7 g einer farblosen Flüssigkeit von angenehmem aromatischem Geruch mit einem Siedepunkt von 150—153° bei 19 mm. Teerrest ca. 2 g.

C nachgewiesen 76.13 %, berechnet für $C_{28}H_{38}O_4$ 76.71 %
H nachgewiesen 9.42 %, berechnet 8.67 %
Molekulargewicht: bestimmt 210, berechnet für $\frac{C_{28}H_{38}O_4}{2}$ 219

Zur Verseifung der Ester wurden 6 g der Substanz und 20 cm³ 5/*N* Alkohol-Alkali genommen. Sogleich nach dem Hinzufügen des Alkali verwandelte sich die Masse unter Erwärmung in einen dicken Brei. Nach Hinzufügung weiterer 20 cm³ Alkohols wurde der Brei während 2 Stunden mit dem Rückflusskühler erwärmt, danach mit Wasser verdünnt und mit Äther extrahiert. Nach dem Trocknen und Abdampfen des Äthers wurden 3 g einer Mischung des Isobutyrons mit seinem Alkohol (Siedepunkt 125—137°) gewonnen.

Durch Bearbeitung dieser Mischung mit einer Semikarbazidlösung wurden charakteristische schuppige Karbazonkristalle mit einem Schmelzpunkt von 153—155° erhalten. Das Semikarbason des ursprünglichen Isobutyrons schmolz bei 155°; Mischprobe 155°. Durch Titrieren wurde bestimmt, dass auf die Verseifung der Äther 1.5 g KOH verausgabt waren. Theoretisch sind für 6 g $[(CH_3)_2CH]_2COCOC_6H_5$ 1.56 g KOH erforderlich. Beim Ansäuern der alkalischen Flussigkeit wurden 2.5 g Benzoësäure ausgeschieden.

Reaktion des Na-Isobutyronpinakolats mit CH_3J. Zu einer ätherischen Lösung von 15 g Pinakolat wurden allmählich 25 g Jodmethyl hinzugegossen. Die Reaktion beginnt bald und verläuft sehr stürmisch unter starker Erwärmung. Nach 7 Stunden langer Erwärmung auf dem Wasserbade mit Rückflusskühler wurde die ätherische Lösung vom NaJ abfiltriert, der Äther abdestilliert und der Rest auf Woodschem Metall destilliert. Es wurden 12 g einer farblosen Flüssigkeit mit Camphergeruch, der sehr an das Isobutyron erinnerte, erhalten mit einem Siedepunkt von 123—137° (Isobutyron mit Semikarbasid konnte jedoch hier nicht nachgewiesen werden). Der Rest schied beim Stehen gegen 0.5 g wohlausgebildeter Kristalle des Isobutyronpinakons mit einer Schmelztemperatur von 91—92° aus.

Bei Verseifung der Äther mit einem Siedepunkt von 123—137° mit Jodwasserstoffsäure entsteht bedeutend weniger Jodmethyl als von der Theorie für $[(CH_3)_2CH]\,COCH_3$ verlangt wird (gegen 40 %), daher kann ihre Struktur noch nicht als endgültig festgestellt gelten.

Organische Abteilung
des chemischen Instituts der Universität
Leningrad.

Eingegangen
d. 1. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА—LITERATUR

[1] А. Е. Фаворский и И. Н. Назаров. ИМЕН, 1309 (1933). A. Favorskij u. I. Nazarov. Bull. Acad Sci. URSS, 1309 (1933).—И. Н. Назаров. ДАН, т. I, № 8, 123 (1931) и т. I, № 6, 325 (1934). I. Nazarov. C. R. Acad. Sci. URSS, v. I, № 3, 125 (1934) und v. I, № 6, 329 (1934). [2] Wieland. B., 44, 2554 (1911).

ХИМИЯ

А. Д. ПЕТРОВ и Л. И. АНЦУС

О НИЗКОТЕМПЕРАТУРНОМ ГИДРИРОВАНИИ И ПОЛИМЕРИЗАЦИИ АЦЕТИЛЕНА В ПРИСУТСТВИИ НИКЕЛЕВЫХ КАТАЛИЗАТОРОВ

(*Представлено академиком А. Е. Фаворским 19. IX 1934*)

Ацетилен, как это следует из работ Sabatier и Senderens (1), а также многочисленных работ позднейших исследователей (2), весьма легко, даже в присутствии водорода, полимеризуется при высоких температурах в бензол, его гомологи и другие углеводороды ароматического ряда, как без катализаторов, так и в присутствии весьма разнообразных катализаторов. И лишь с таким активным катализатором как никель и при значительно сниженной температуре (180—200°) удается, как это было показано Binnie (3), Fr. Fischer и K. Peters (4) и др. исследователями, сделать образование ароматических углеводородов подчиненной реакцией, а олефиновых углеводородов (возникающих вследствие гидрирования ацетилена и продуктов его полимеризации и конденсации) главной реакцией.

Механизм этой последней низкотемпературной реакции остается еще однако совершенно неосвещенным, так как образующиеся при этом высшие газообразные и жидкие олефиновые углеводороды в значительных количествах не получались и не исследовались. Механизм же низкотемпературной (осуществляемой под действием разрядов и при комнатной температуре) полимеризации одного ацетилена установлен недавней работой Mignonack и St. Auney (5), показавших, что главным продуктом при этом является пример состава C_6H_6, состоящий из:

метилпентадиена $CH_3 \cdot CH(C \equiv CH)(C \equiv CH)$ (1)

дипропаргила $HC \equiv C \cdot CH_2CH_2 \cdot C \equiv CH$

и дивинилацетилена $H_2C = CH - C \equiv C - CH = CH_2$.

Так как низкотемпературная полимеризация одного этилена (также под действием разрядов) идет по схеме: этилен → бутилен 1 → гексилен-1, то представлялось вероятным, что низкотемпературное гидрирование и полимеризация ацетилена над никелевым катализатором должна дать, в качестве главного продукта, гексилен-1, быть может в смеси с 3-метилпентеном-1 (полученным в результате гидрирования метилпентадиена).

Нами было получено значительное количество жидких продуктов гидрирования и полимеризации ацетилена как под атмосферным давлением при температуре 180—200°, так и при повышенном (до 25 атм.) давлении при температуре внутри автоклава не выше 40°. Эти последние условия уже весьма близки к температурным условиям опытов Mignonack и St. Auney. Продукт реакции в обоих случаях оказался весьма сходным и представлял собою бензин, состоящий преимущественно из углеводородов олефинового ряда (в смеси с небольшим количеством насыщенных углеводородов и углеводоров ароматического ряда), причем разгонка его показала очевидное преобладание тримера — гексиленовой фракции.

Детальное исследование однако этой фракции и вышекипящих фракций показало наличие олефинов не только типа I и II, но и III (или IV),

т. е. олефинов изостроения с боковыми цепями при двойной связи (наличие среди продуктов окисления углеводородов — ацетона и др. кетонов).

Углеводороды этих типов могли получаться по нижеследующим реакциям.

1. Конденсацией этана и его гомологов с диметилацетиленом (получающимся из бутадиена) по схеме:

$$CH_2=CH_2+CH\equiv CH\rightarrow CH_2=CH-CH=CH_2\rightarrow CH_3\cdot C\equiv C\cdot CH_3$$

$$R\cdot H+CH_3\cdot C\equiv C\cdot CH_3 \qquad \begin{matrix}CH_3\\ \diagup\\ \\ \diagdown\\ R\end{matrix}\!\!>C=CH\cdot CH_3 \qquad \text{(тип III)}$$

2. Полимеризацией этилена по схемам: a) этилен → изобутилен → тетраметилэтилен и b) этилен → изобутилен → диизобутилен (тип IV).

3. В результате прямой изомеризации олефинов вследствие передвижения двойной связи из α- в β-положение, например изомеризации 3-метилпентена-1 в 3-метилпентен-2.

$$CH_3\cdot CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH=CH_2\rightarrow CH_3\cdot CH_2\cdot \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH\cdot CH_3$$

Вследствие низкотемпературных условий протекания реакции более вероятными нам представляются первые два направления (что подтверждает и образование из главной фракции ацетона). За возможность первого направления конденсации говорят патенты: A. Heinehman (6) и Chemische Fabrik Buckau (7), защищающие получение пропилена и бутилена из ацетилена и метана и этана. За возможность полимеризации этилена и в высокомолекулярные олефины изостроения говорит работа А. Д. Петрова и И. З. Иванова (8), показавшая, что при полимеризации этилена in statu nascendi (из ацетона) под действием $ZnCl_2$ образуется сложная гамма различных олефинов изостроения и среди них, в качестве главного продукта, диизобутилен.

ЧАСТЬ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ

А. Гидрирование и полимеризация под атмосферным давлением.

Катализатор: окись никеля, нанесенная на пемзу (в отношении 1 : 4) и восстановленная в струе водорода при 300°. Опыты производились в трубчатой печи длиной 110 см, нагревавшейся электрическим током. Ацетилено-водородная смесь в пропорции 2 : 3 подавалась через газовые часы в стеклянную трубку, диаметром в 2 см, заполненную катализатором и нагреваемую до 180—200° (наружное измерение температуры). Скорость подачи ацетилена около 10 л в час.

На выходе (после приемника и адсорбера) отходящего газа отмечено не было, и таким образом (если отвлечься от неполной герметичности системы) можно думать, что полимеризация шла почти количественно. Всего было получено 554 г бензина. Продукт кипел в пределах 20—330° и имел удельный вес $d_4^{20}=0.7596$. Смолообразование его оказалось весьма значительным — 445 мг на 100 см³. Фракция бензина с выкипанием до 180° имела также большой осмол — 368 мг.*

Данные разгонки и анализа бензина представлены в табл. 1.

В. Гидрирование и полимеризация ацетилена под давлением (9).

Опыты ставились в 3-литровом автоклаве, соединенном с силикагелевым адсорбером. Катализатор тот же. Объем его около 1 л или 1/3 емкости автоклава. Оптимальным оказались нижеследующие условия. Пропорция ацетилена к водороду 5 : 8

* Смолообразование заметно снижалось при меньших скоростях пропускания ацетилено-водородной смеси.

Таблица 1 — Table 1

Температура кипения фракции Boiling point of the fraction	Выходы фракций в % Yield of the fraction in percentage	Удельный вес Specific gravity d_4^{20}	Показатель преломления Refractive index $n_D^{20°}$	Иодные числа по Гюблю Iodine value according to Hübl	Анилиновая точка до обработки H_2SO_4 Aniline point before treatment with H_2SO_4	Анилиновая точка после обработки H_2SO_4 Aniline point after treatment with H_2SO_4
20— 30	1.7	0.6403	—	320	—	—
30— 40	0.8	0.6555	1.3780			
40— 50	1.8	0.6629	1.3829			
50— 60	2.0	0.6687	1.3864		28.5	
60— 70	8.1	0.6880	1 3966	207.9	21.0	62.3
70— 80	10.1	0.7051	1.4054	215.0		
80— 90	1.5	0.7246	1.4156		24.8	64.5
90—100	2.8	0.7277	1.4156		28.3	66.4
100—110	3.0	0.7348	1.4178	178.0	29.8	66.5
110—120	4.0	0.7421	1.4213		33.0	67.3
120—130	5.5	0.7453	1.4229	172.3	31.2	68.2
130—140	3.5	0.7536	1.4278		30.3	68.5
140—150	4.0	0.7669	1.4342			
150—160	1.8	0.7746	1.4384			
160—170	3.0	0.7783	1.4410			
170—180	2.8	0.7835	1.4433		36.6	70.3
180—190	5.3	0.7968	1.4493			
190—200	2.3	0.8062	1.4561			
200—210	1.0	0.8132	1.4584			
210—220	3.0	0.8151	1.4600			
220—230	0.8	0.8207	1.4625			
230—240	3.5	0.8259	1.4654		45	74.3
240—250	2.3	0.8391	1.4688			
250—260	4.0	0.8430	1.4729			
260—270	1.3	0.8539	1.4787			
270—290	1.0	0.8557	1.4787			
290—300	1.3	0.8608	1.4825			
300—330	4.0	0.8767	1.4901		50.8	76.0
Потери Losses	12.0					

Фракция 150—200° Fraction

Фракция 200—250° Fraction

Фракция 250—300° Fraction

(показывавшая отсутствие углеводородов в отходящем газе); наполнение ацетиленоводородной смесью до 13 атм., разведение смеси азотом до 20—25 атм. Нагрев в водяном термостате до 70—75°, причем падение давления вследствие начала реакции обычно отмечалось уже при температуре внутри автоклава в 38—40°. В результате ряда периодических наполнений автоклава всего было получено около 2.0 г бензина.

Полученный под давлением бензин выкипал полностью в пределах 20—180°. Имел удельный вес $d_4^{20} = 0.6954$ и смолообразование — 42 мг.

Данные его однократной разгонки и анализа представлены в табл. 2.

Таблица 2 — Table 2

Температура кипения фракции Boiling point of the fraction	Выходы фракции в % Yield of the fraction in percentage	Удельный вес Specific gravity d_4^{20}	Показатель преломления Refractive index $n_D^{20°}$	Иодное число по Гюбль Iodine value according to Hübl	Анилиновая точка до обработки H_2SO_4 Aniline point before treatment with H_2SO_4	Анилиновая точка после обработки H_2SO_4 Aniline point after treatment with H_2SO_4
20— 30	2.7	—	1.3841			
30— 40	10.1	0.6482	1.3850	296.0		
40— 50	6.0	0.6582	1.3850			
50— 60	1.7	0.6843	1.3974			
60— 70	20.3	0.6946	1.4006	237.7		
70— 80	30.5	0.7172	1.4132	207.1	14.4	59.8
80— 90	5.5	0.7435	1.4255		Фракция 100—160° Fraction	Фракция 100—160° Fraction
90—100	2.0	0.7336	1.4200			
100—120	10.1	0.7406	1.4221		27.6	66.8
120—140	3.5	0.7510	1.4263			
140—160	2.7	0.7661	1.4338			
160—180	2.0	—	—			

Сопоставление данных анализа бензинов обоих типов указывает на нижеследующие черты их различия. Бензин, полученный под атмосферным давлением, характеризуется широкими границами выкипания и большим (свыше 20%) остатком с т. к. > 200°; его смолообразование, указывающее на примесь значительного количества диолефиновых углеводородов, весьма велико. Бензин же, полученный под давлением, перегоняется в более узких пределах (полностью выкипая до 180°) и характеризуется значительно меньшим смолообразованием и соответственно большим содержанием ароматических углеводородов (сравни удельные веса и анилиновые точки), несмотря на то, что получался при более низкой температуре. Повидимому, ароматические углеводороды получаются хотя бы частично через углеводороды диолефинового ряда, причем давление оказывает благоприятное влияние на их образование. В то же время вполне очевидны и черты сходства обоих бензинов, состоящие в огромном преобладании в них углеводородов олефинового ряда и среди последних фракции с т. к. 60—70 и 70—80°.

Для бензина, полученного под атмосферным давлением, фракция 60—70° в количестве 21 г и фракция 70—80° в количестве 30 г были разогнаны на 3° фракции. После двукратной фракционировки получены следующие результаты:

Фракция	60—63°	63—66°	66—69°	69—72°	72—77°	77—82°
	3 г	8 г	23 г	6 г	4 г	2 г
d_4^{20}	—	0.6882	0.6968	0.7100	—	0.7355

Ту же картину смещения фракции 70—80° (при последующих фракционировках) в сторону фракции 66—69° показал и бензин, полученный под давлением.

В целях ближайшей характеристики бензинов, отдельные фракции их после отмывки ацетона до отрицательной иодоформенной пробы были подвергнуты окислению $^1/_2$ *N* раствором $KMnO_4$ при комнатной температуре. Нейтральные продукты отгонялись с водяным паром, после чего отфильтровывалась перекись марганца и выделенные серной кислотой свободные кислоты разгонялись уже по Фитцу.

Собранные дистилляты нейтрализовывались КОН, и кислоты определялись в виде серебряных солей — дробным осаждением.

Для фракции 30—40° бензина, полученного под атмосферным давлением, констатированы:

Муравьиная кислота (по восстановлению $AgNO_3$ на холоду)

Масляная	с % содержанием	Ag ..	55.15
Пропионовая	„ „ „	Ag ..	59.12 59.14
Уксусная	„ „ „	Ag ..	64.09 64.34

Для фракции 60—70° того же бензина:

Муравьиная кислота Валериановая кислота	с % содержанием	Ag ...	51 97 52.07
Масляная	„ „ „	Ag...	55.28 55.39
Пропионовая*	„ „ „	Ag ...	59.36
Уксусная	„ „ „	Ag ...	64.35

В нейтральных продуктах идентифицирован ацетон в виде семикарбазона с т. пл. 180° (т. пл. чистого семикарбазона ацетона 186—187°).

Из фракции 60—40° бензина, полученного под давлением, были выделены те же кислоты:

Муравьиная, масляная, уксусная	с % содержанием	Ag	64.17
Пропионовая	„ „	Ag	59.58 59.77

И из фракции 60—70°:

Валериановая кислота	с % содержанием	Ag ...	51.5
Масляная	„ „ „	Ag ..	54.78 55.32
Пропионовая	„ „ „	Ag ..	59.43 60.65
Уксусная	„ „ „	Ag ...	63.83
Муравьиная	„		

Водный дистиллат нейтральных продуктов окисления давал положительную иодоформенную реакцию. Титрование показало наличие 0.781 г ацетона на 15 г исходной фракции бензина. При обработке семикарбазидом выделился семикарбазон с т. пл. 152° (после однократной перекристаллизации из метилового и этилового спиртов).

Наличие кетонов было констатировано также и при окислении фракции 100—150° этого бензина. Сырой семикарбазон здесь плавился при 152—163°. Вследствие небольшого его количества и трудной кристаллизации выделить семикарбазон в чистом состоянии не удалось. Строение выделенных кислот нами не определялось, но, судя по наличию в продуктах окисления ацетона и других кетонов, весьма вероятно, что кислоты, по крайней мере частично, имеют изостроение. Оставшиеся от окисления непредельных углеводородов углеводороды насыщенного характера исследованию не подвергались. Количество остатка насыщенных углеводородов повышалось с повышением температуры кипения фракций.

Лаборатория химии топлива
Института органической химии
Академии Наук СССР. Ленинград.

Поступило
22 VIII 1934.

---

* Пропионовая кислота кроме того была констатирована получением основной свинцовой соли по Хаберланду.

ON LOW TEMPERATURE HYDROGENATION AND POLYMERIZATION OF ACETYLENE IN THE PRESENCE OF NICKEL CATALYSTS

By A. PETROV and L. ANCUS

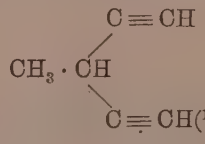
(*Communicated by A. Favorskij, Member of the Academy, 19. IX. 1934*)

As has been shown by the works of Sabatier and Senderens (1) and by numerous works of later investigators (2), acetylene, even in the presence of hydrogen, polymerizes very easily at high temperatures to benzene, its homologues, and other hydrocarbons of the aromatic series both in the absence of catalysts and in the presence ot the most varied catalysts. Only with the help of such an active catalyst as nickel and at a considerably lowered temperature (180—200°) was it possible, as has been proved by Binnie (3), Fr. Fischer and K. Peters (4), and other investigators, to turn the production of aromatic hydrocarbons into a secondary reaction and the production of olefinic hydrocarbons (occurring as a result of the hydrogenation of acetylene and of its products of polymerization and condensation) into the main reaction.

The mechanism of this low temperature reaction has, however, hitherto remained obscure, for the higher gaseous and liquid olefinic hydrocarbons produced in this process have not been obtained in considerable quantities and have not been investigated.

The mechanism of low temperature polymerization (by the action of discharges and at room temperature) of acetylene alone has been recently established by Mignonack ant St. Auney (5), who have shown that the chief product of this process is a trimer of C_6H_6 consisting of:

methyl pentadiene



dipropargyl $HC \equiv C \cdot CH_2CH_2 \cdot C \equiv CH$

and divinylacetylene $H_2C = CH - C \equiv C - CH = CH_2$

As low temperature polymerization of ethylene alone (also under the action of discharges) proceeds according to the scheme: ethylene → butylene 1 → hexylene 1, it seems probable that low temperature hydrogenation and polymerization of acetylene over a nickel catalyst ought to give as its main product hexylene 1, perhaps in mixture with 3 methylpentene 1 (the result of hydrogenation of methylpentadiene).

We obtained a considerable quantity of liquid products of hydrogenation and polymerization of acetylene both at atmospheric pressure and temperature of 180—200° C and at increased pressure (up to 25 atmospheres) and temperature inside the autoclave not above 40°. These last conditions approach very closely those in the experiments of Mignonack and St. Auney. The product of the reaction was in both cases very similar to benzine consting principally of hydrocarbons of the olefine series (with a small admixture of saturated hydrocarbons and hydrocarbons of the

aromatic series), and its distillation showed an obvious preponderance of a trimer — the hexylene fraction.

A detailed investigation of this fraction and of those of higher boiling points demonstrated, however, the presence of olefines not only of types I and II but also of type III (or IV), i. e. of olefines of iso-structure with side chains at double bonds (the presence of acetone and other ketones among the products of oxidation of the hydrocarbons).

The hydrocarbons of these types may have resulted from the following reactions.

1. The condensation of ethane and its homologues with dimethylacetylene (produced from butadiene) according to the scheme:

$$CH_2=CH_2 + CH\equiv CH \rightarrow CH_2=CH-CH=CH_2 \rightarrow CH_3\cdot C\equiv C\cdot CH_3$$

$$R\cdot H + CH_3\cdot C\equiv C\cdot CH_3 \qquad \begin{matrix} CH_3 \\ \diagdown \\ C=CH\cdot CH_3 \\ \diagup \\ R \end{matrix} \qquad \text{(type III)}$$

2. Polymerization of ethylene according to the schemes: a) ethylene → isobutylene → tetramethylethylene and b) ethylene → isobutylene → diisobutylene (type IV).

3. As a result of direct isomerization of the olefines in consequence of shifting of the double bond from α to β position, for example, of the isomerization of 3 methylpentene 1 to 3 methylpentene 2,

$$CH_3\cdot CH_2-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH=CH_2 \rightarrow CH_3\cdot CH_2\cdot \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{C}}=CH\cdot CH_3$$

In view of the low temperature conditions under which the reaction proceeds, the first two courses seem to us to be the more probable (which is further substantiated by the formation of acetone from the main fraction). The possibility of the first condensation course is supported by the patents of A. Heinehman (6) and Chemische Fabrik Buckau (7), which are based on the production of propylene and butylene from acetylene, methane, and ethane. The work of A. Petrov and I. Ivanov (8) indicates the possibility of the polymerization of ethylene to olefines of high molecular weight and iso-structure, for these authore have shown that during the polymerization of ethylene *in statu nascendi* (from acetone) under the action of $ZnCl_2$, a complex mixture of different olefines of iso-structure is produced, among which diisobutylene is the main product.

EXPERIMENTAL PART

A. Hydrogenation and Polymerization at Ordinary Pressure. Catalyst: nickel oxide on pumice (in the ratio 1:4) and raduced in a stream of hydrogen at 300°C. The experiments were carried out in a cylindrical electric furnace 110 cm long. The acetylene-hydrogen mixture in the ratio of 2:3 was fed through a gas meter to a glass tube 2 cm in diameter, filled with the catalyst and heated to a temperature of 180—200°C (external measurement of temperature). The rate of acetylene feeding was about 10 litres an hour.

No outgoing gas was observed (after the receiver and adsorber), and (if the incomplete air-tightness of the system be neglected) it appears, therefore, that polymerization was almost quantitative. A total of 554 g of benzine as obtained. The product had a boiling range of from 20 to 330°C and a specific gravity of $d_4^{20} = 0.7596$. The amount of gum produceed was very considerable, namely, 445 mg per 100 cm^3. The benzine fraction

when fractionated at a temperature of up to 180°C also gave a large amount of gum, namely 368 mg.*

The data of the fractional distillation and analysis of benzine are presented in Table 1 (p. 297).

B. Hydrogenation and Polymerization of Acetylene under Pressure (9). The experiments were made in a 3 litre autoclave connected to a silica gel adsorber. The same catalyst was used. Its volume was about 1 litre or $\frac{1}{3}$ of the autoclave's capacity. The following were found to be the optimal conditions. Acetylene to hydrogen ratio 5 : 8 (at which hydrocarbons were absent from the outgoing gases); filling with the acetylene-hydrogen mixture to 13 atmospheres; dilution of the mixture with nitrogen to 20—25 atmospheres; heating in a water thermostat to a temperature of 70—75°C. A fall of pressure inside the autoclave could usually be observed at the beginning of the reaction already at a temperature of 38—40°C. About 200 g of benzine were produced by systematic refilling of the autoclave.

This benzine prepared under pressure was completely fractionated within a boiling range of 20—180°C. Specific gravity $d_4^{20} = 0.6954$. Gum production 42 mg.

The data of its fractionation and analysis are presented in Table 2 (p. 298).

A comparison of the analyses of the benzines of both types shows the following differences. The benzine produced at atmospheric pressure is characterized by its wide boiling range and considerable residue (over 20 per cent) at a boiling point > 200°C; the gum production is very considerable, indicating a high admixture of diolefine hydrocarbons. As regards the benzine produced at high pressure, its characteristics are a narrower boiling range of fractional distillation (it is fully fractionated at 180°C), a much lower gum production and correspondingly higher content of aromatic hydrocarbons (cf. specific gravities and aniline points), although it was produced at a lower temperature. Apparently, the aromatic hydrocarbons are at least partly produced from hydrocarbons of the diolefine series, and high pressure exerts a favourable influnce on their production. At the same time, the similarity of both the benzines is obvious, for in both there is an immense preponderance of hydrocarbons of the olefine series and mainly of the fractions with boiling points of 60—70° and 70—80°C.

The 21 g of the fraction with a boiling point of 60—70°C and the 30 g of the fraction with a boiling point of 70—80° of the benzine produced at ordinary pressure were further distilled into 3° fractions. This fractionation was repeated once more with the following results:

Fraction	60—63°	63—66°	66—69°	69—72°	72—77°	77—82°
	3 g	8 g	23 g	6 g	4 g	2 g
d_4^{20}	—	0.6883	0.6968	0.7100	—	0.7355

She same shifting of the 70—80° fraction in the direction of the 66—69° fraction in fractional redistillations was likewise observed with regard to benzine produced at high pressure

For the purpose of obtaining further data on the benzines, their separate fractions, after washing the acetone to a negative iodoform test, were oxidized by a $^1/_2$ *N* solution of $KMnO_4$ at room temperature The neutral products were removed by water vapour, the manganese peroxide was separated by filtration, and the free acids separated by sulphuric acid were distilled according to Fitz's method.

The distillates were neutralized by KOH and the acids determined in the form of silver salts by fractional precipitation.

The following was found for the 30—40° fraction of the benzine produced at atmospheric pressure.

Formic acid (on the reduction of $AgNO_3$ in the cold)

Butyric acid with a percentage content of Ag... 55.15

Propionic " " " " " Ag... {59.12 / 59.14

Acetic " " " " " Ag... {64.09 / 64.34

* The production of gum markedly decreased when the rate of flow of the acetylene-hydrogen mixture was lower.

For the 60—70° fraction of the same benzine we have:

Formic acid Valeric acid	with a percentage content of	Ag... {51.97 52.07
Butyric	" " " " "	Ag... {55.28 55.39
Propionic*	" " " " "	Ag... 59.36
Acetic	" " " " "	Ag... 64.35

Acetone was identified in the neutral products in the form of semicarbasone with a melting point of 180° C (the melting point of pure acetone semicarbasone is 186—187° C)

The same acids were derived from the 30—40° fraction of benzine produced under high pressure, namely:

Formic acid, butyric acid, acetic acid	with a percentage content of	Ag... 64.17
Propionic	" " " " "	Ag... {59.58 59.77

From the 60—70° fraction of this same benzine the following were derived:

Valeric acid	with a percentage content of	Ag... 51.5
Butyric	" " " " "	Ag... {54.78 55.32
Propionic	" " " " "	Ag... {59.43 60.65
Acetic	" " " " "	Ag... 63.83
Formic	" "	

The aqueous distillate of the neutral oxidation products gave a positive iodine reaction. Titration showed an acetone content of 0.781 g per 15 g of the initial benzine fraction. On treatment with semicarbaside there was obtained semicarbasone with a melting point of 152° (after one recrystallization from methyl and ethyl alcohols).

The presence of ketones was also proved in oxidizing the 100—150° fraction of this benzine. Crude semicarbazone had in this case a melting point of 152—163°. Semicarbasone could not be isolated in the pure state in consequence of its insignificant quantity and difficult crystallization. The structure of the acids was not determined but, judging from the presence of acetone and other ketones among the oxidation products, it appears most probable that these acids, at least partly, are isomeric. The saturated hydrocarbons remaining after the oxidation of the unsaturated hydrocarbons were not examined. The amount of the residue of saturated hydrocarbons increased with the rise of the boiling point of the fractions.

Laboratory of the Chemistry of Fuels,
Institute of Organic Chemistry,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
22. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] C. R., 130, 250 (1900). [2] Meyer. Ber., 45, 1609 (1902); 46, 3183 (1913); 47, 2765 (1914); 50, 422 (1917); 51, 1571 (1918) и 53, 1261 (1920). — Н. Д. Зелинский. ЖРХО, 55, 140 (1924). N. Zelinskij. Journal of Russian Chemical Society, 55, 140 (1924). — Kovache et Tricot. Helv. chemica Acta, 9, 185 (1926). — Fr. Fischer. Brennstoffchemie, 7, 97 (1926); 8, 323 (1927). [3] Chem. Industry, v. 50, 297 (1931). [4] Brenstoffchemie, 10, №№ 14 u. 19 (1929). — Fr. Fischer u. H. Peters. Brenstoffchemie, 12, 286 (1931). [5] C. R., 188, 959 (1929). [6] C., 1920, II, 186. [7] C., 1920, II, 222. [8] ЖРХО, т. LXII, стр. 1489 (1931). Journal of Russian Chemical Society, v. LXII, p. 1489 (1931). [9] ЖПХ, т. VI, вып. 6, стр. 1445 (1933). Journal of Applied Chemistry, v. VI, No 6, p. 1445 (1933).

---

* Propionic acid was also identified by the preparation of basic lead salt by Haberland's method.

ХИМИЯ

В. В. ЧЕЛИНЦЕВ

член-корреспондент Академии Наук СССР

ОКСОНИЕВЫЕ СОЕДИНЕНИЯ

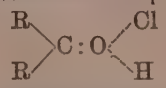
АЦИДНЫЕ ОКСОНИЕВЫЕ КОМПЛЕКСЫ КИСЛОРОДНЫХ ОРГАНИЧЕСКИХ ВЕЩЕСТВ

В прежних наших работах по оксониевым соединениям, — нековсего индивидуальных магний-органических соединений, затем прежде торых солей, брома, серной кислоты с разнообразными органическими веществами, как то: простыми эфирами, алкоголями, сложными эфирами, кетонами и кислотами, а в последнее время с пироном и фураном, — нами были показаны типы их сочетаний, теплоты их образования, вытеснения одних другими и их большое значение при различных процессах как промежуточных стадий при катализе. Благодаря тому, что эти комплексные соединения не стойки (теплоты их образования, определенные нами, колеблются от 2.0 до 6.0 калорий на г/мол. в среднем и только в отдельных случаях несколько выше — до 12—14 кал.), кислородные органические соединения, образующие эти комплексы, могут выступать во многих случаях как оригинальные, „органические катализаторы", как в физиологических процессах (где их роль, впрочем, еще до сих пор достаточно не оценена), так и в разных технических случаях.

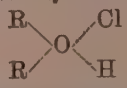
Последние два года принесли целый ряд новых работ, свидетельствующих о повышении интереса к оксониевым соединениям. Из этих работ некоторые пункты совпадают с отдельными моментами наших прежних работ, как, напр., в работе O. Aschan и A. Schwalbe [1] — получение эфирата серной кислоты $(C_2H_5)_2O \cdot H_2SO_4$, который был изучен нами еще в 1912—1914 гг. [2], затем в работе H. Isbell и W. Pigman [3] — допущение дибромида для пироидно-связанного кислорода в молекуле глюкозы, что отвечает нашим оксониевым дибромидам простых эфиров [4], а также некоторые моменты в работах G. Cohn [5], H. Meerwein и H. Maier-Hüser [6], M. Goswami и A. Chakravarti [7], G. Gonzalez-Salazar-Gallart [8] и Schroeter [9].

В излагаемых ниже работах мы решили проследить, в какой мере растворимы различные классы органических кислородных соединений в крепких растворах соляной кислоты, сравнительно с растворением в воде. Мы нашли, что соляная кислота, начиная с больших концентраций и при постепенном разбавлении, значительно сильнее растворяет все жирные и алициклические кислородные соединения, чем те же соединения растворяет чистая вода.

В прежних наших работах, напечатанных в Bulletin de la Société chimique de France [10], мы показали, что всего сильнее образуют оксониевые соединения карбонильные вещества, т. е. альдегиды и кетоны, слабее — карбонильно-алкоксильные, т. с. сложные эфиры, еще слабее гидроксильные, т. е. спирты, и, наконец, наиболее слабо — простые эфиры, причем влияние ароматических ядер, особенно в двух последних случаях, сказывается очень резко в смысле понижения активности оксониевых связей, с доведением ее в ряде случаев почти до нуля:



Наиболее прочные соединения



Наиболее слабые соединения

Те же самые отношения проявляются и при растворении органических кислородных соединений в крепких растворах соляной кислоты. В смысле же вообще растворимости известно, что как аммониевые и тионивые, так и оксониевые соединения лучше растворимы в воде, чем отвечающие им азотистые, сернистые и кислородные органические соединения с трехатомным азотом и двухатомными серой и кислородом.

Можно в общем сказать, что все жирные и алициклические кислородные соединения с 4, 5, 6 и 7 углеродными атомами, а также карбонильные ароматические соединения с 6 и 7 углеродными атомами в молекулах, практически нерастворимые или плохо растворимые в воде, довольно хорошо растворяются в крепких растворах соляной кислоты.

Для опытов мы брали по 1/100 г/мол. органических веществ и растворяли их в 36%, 18%, 9% и 4.5% соляной кислоте, отмеряя количество кубиков кислоты, требующихся для их полного растворения при 20° С.

I

Спирты и фенолы — Alcools et phenols

	Изобутиловый алкоголь Alcool isobutylique	Изоамиловый алкоголь Alcool isoamylique	Циклогексанол Cyclohexanol	Бензиловый алкоголь Alcool benzylique	Крезол Crésol *m* —
	0.01	0.2	1.0	0.5	> 70
	1.8	24.1	8.0	18.1	> 500
	7.4	41.3	13.5	22.7	> 500
	3.2	54.3	25.3	39.0	> 500
Вода — Eau	13.0	97.7	47.5	72.3	> 90.0

Перевод вышеприведенных данных на молекулярные отношения
Les mêmes données présentées en se basant sur les rapports moléculaires

Изобутиловый алкоголь Alcool isobutylique	Изоамиловый алкоголь Alcool isoamylique	Циклогексанол Cyclohexanol	Бензиловый алкоголь Alcool benzylique	Крезол Crésol *m* —
1:1	1:12	1:6	1:12	Плохо раств. — Peu soluble
1:2	1:10	1:4	1:6	Нераств. — Insoluble
1:1	1:6	1:3	1:4	„ „

II

Простые эфиры — Éthers

	Этиловый эфир Éther éthylique	Гваякол Gaïacol
	1.1	88
	5.0	237
	6.4	332
	8.0	—
Вода — Eau	10.0	> 450

Перевод вышеприведенных данных на молекулярные отношения
Les mêmes données présentées en se basant sur les rapports moléculaires

Этиловый эфир Éther éthylique	Гваякол — Gaïacol
1:1	Плохо раствор. — Peu soluble
1:2	„ „ „ „
1:2	„ „ „ „
1:1	„ „ „ „

III

Альдегиды и кетоны — Aldéhydes et Cétones

	Паральдегид Paraldéhyde	Фурфурол Furfurol	Циклогексанон Cyclohexanone	Ацетофенон Acétophénone
	1.3	0.08	0.5	2.0
	3.4	1.3	3.1	134
	7.8	8.3	6.2	400
	9.1	10.0	12.4	Оч. слабо — Très faible
Вода — Eau	11.4	11.6	33.5	Почти нераств. — Insoluble

Перевод вышеприведенных данных на молекулярные отношения
Les mêmes données présentées en se basant sur les rapports moléculaires

Паральдегид Paraldéhyde	Фурфурол Furfurol	Циклогексанон Cyclohexanone	Ацетофенон Acétophénone
1:1	—	—	—
1:2	1:1	1:1.6	Плохо раств. — Peu soluble
1:2	1:2	1:2	—
1:1	1:1.2	1:1.4	—

IV

Сложные эфиры — Esters

	Уксусно-этиловый Acétoéthylique	Пропионово-этиловый Propionoéthylique	Масляно-этиловый Butyroéthylique	Бензойно-этиловый Benzoéthylique
	0.1	0.9	4.7	> 186
	3.0	27.8	134	> 186
	8.0	41.7	335	> 186
	10.0	53.3	710	> 186
Вода — Eau	12.0	69.6	> 800	> 880

Перевод вышеприведенных данных на молекулярные отношения
Les mêmes données présentées en se basant sur les rapports moléculaires

Уксусно-этиловый Acétoéthylique	Пропионо-воэтиловый Propionoéthylique	Масляноэтиловый Butyroéthylique	Бензойноэтиловый Benzoéthylique
1:1	1:9	Плохо раств. — Peu soluble	Нераств. — Insoluble
1:1	1:7	» » » »	» »
1:1	1:5	» » » »	» »

Заключение

Кислая среда значительно сильнее растворяет кислородные органические соединения, чем простая дистиллированная вода, причем в сильно концентрированных растворах кислот отношение наиболее простых органических веществ к кислоте близко к эквимолекулярному 1:1, отклоняясь при разбавлении до отношения всего лишь 1:2. В сильно разбавленных растворах же, доходящих до концентрации 4.5% (в исследованных нами случаях с HCl), отношение вновь возвращается к простейшему — 1:1, но ясно, что в этих случаях выступает на сцену другой фактор, а именно: растворяющая способность самой воды.

Единственное объяснение, которое мы находим здесь, это — образование в указанных растворах оксониевых соединений.

Для гидроксильных соединений — для спиртов, простых эфиров и сложных эфиров повышенная растворимость в кислоте ярко сказывается для углеродных цепей, главным образом, в 4 атома; при 5 же атомах она делается слабее; для типично карбонильных же соединений, т. е. альдегидов и кетонов, она остается сильной и для цепей в 6 углеродных

атомов, чем вновь подчеркивается бо́льшая напряженность высших оксониевых валентностей у этих классов соединений, ранее констатированная нами по термохимическим данным у разных кислотных и, в частности, у пиронных комплексов (11).

Ароматические ядра, непосредственно связанные с кислородными функциями, как и во всех наших предыдущих исследованиях (12), оказалось — сильно понижают напряжение оксониевых валентностей, с чем, по нашему взгляду, связана и их худшая растворимость в кислотных средах.

Описанная ацидная сольватация еще не использована для реакций, но несомненно, что в целом ряде случаев она даст возможность провести разные процессы с нерастворимыми органическими кислородными соединениями, переводя их в кислотные растворы.

Поступило
20 VIII 1934.

CHIMIE

COMPOSÉS OXONIENS

COMPLEXES ACIDIQUES OXONIENS DES COMPOSÉS ORGANIQUES OXYGÉNÉS

Par V. ČELINCEV (TSCHELINZEFF)

membre correspondant de l'Académie

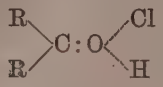
Dans nos travaux précédents sur les composés oxoniens, en premier lieu des composés individuels organo-magnésiens puis de quelques sels, du brome d'Acide sulfurique, avec diverses substances organiques, comme des éthers, alcools, esters, cétones et acides et dernièrement avec le pyrone et le furane, nous avons décrit les types de leur copulation, les chaleurs de leur formation, le déplacement des uns par les autres et leur grande importance comme stades intermédiaires dans de différents processus catalytiques. En sonséquence de l'instabilité de ces composés complexes (les chaleurs de leur formation, estimées par nous, varient de 2.0 jusqu'à 6.0 cal, par 1 g/mol. en moyenne, et seulement en certains cas elles augmentent jusqu'à 12—14 cal), les composés organiques oxygénés, formant ces complexes, peuvent se présenter dans plusieurs cas comme: „les catalysateurs organiques originaux", comme dans les processus physiologiques (où d'ailleurs leur rôle n'est pas assez apprécié jusqu'à présent), ainsi que dans la technique.

Au cours de deux dernières années apparurent plusieurs nouveaux travaux témoignant un croissant intérêt pour les composés oxoniens.

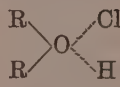
Certains points dans ces travaux coïncident avec certains points de nos travaux antécédents, comme par ex. dans le travail d'O. Aschan et A. Schwalbe (1), l'obtention d'éthérate d'acide sulfurique $(C_2H_5)_2O \cdot H_2SO_4$ qui avait été étudiée par nous déjà en 1912—1914 (2); puis, dans le travail de H. Isbell et W. Pigman (3) l'admission du dibromide pour l'oxygène pyroide dans la molécule de glucose correspond à nos dibromides oxoniens des éthers (4); il y a aussi quelques moments de coïncidence dans les travaux de G. Cohn (5), H. Meerwein et H. Maier-Hüser (6), M. Goswami et A. Chakrawarti (7), G. Gonzalez-Salazar-Gallard (8) et G. Schroeter (9).

Dans les travaux ci-dessous exposés nous nous sommes posés le problème de déterminer dans quelle mesure plusieurs classes de différents composés organiques oxygénés sont solubles dans de fortes solutions d'acide chlor-hydrique en comparaison avec leur solubilité dans l'eau. On a trouvé que l'acide chlorhydrique de forte concentration, ainsi que quelques solutions de cet acide dissolvent tous les composés oxygénés aliphathiques et alicycliques plus fortement que l'eau distillée.

Dans nos précédents travaux publiés dans le „Bulletin de la Société Chimique de France“ [10] nous avons montré, que les composés oxoniens se forment au plus haut degré par les substances carbonyliques, c'est-à-dire par les aldehydes et cétones, moins par les substances carbonylo-alcoxyles, c'est à dire par les esters, plus faiblement par les substances hydroxyliques, c'est à-dire les alcools, et enfin le plus faiblement par les éthers. L'influence des noyaux aromatiques, surtout dans les deux derniers cas se manifeste très brusquement dans le sens de la diminution de l'activité des liaisons oxoniennes, qui baisse dans plusieurs cas jusqu'à 0:



Composés avec les liaisons les plus fortes



Composés avec les liaisons les plus faibles

Les mêmes rapports s'observent quand les composés organiques oxygénés se dissolvent dans les solutions fortes d'acide chlorhydrique. Or, en sens de la solubilité en général, il est bien connu, que les composés oxoniens ainsi que ammoniacaux et thioniens sont mieux solubles dans l'eau que les composés organiques correspondants — azotiques, sulfurés et oxygénés à nitrogène trivalent et à oxygène et soufre bivalent.

On peut dire en général que tous les composés oxygénés aliphatiques et alicycliques aves 4, 5, 6 et 7 atomes carboniques, ainsi que les composés aromatiques carbonyliques à 6 et 7 atomes de carbone dans la molécule, sont pratiquement insolubles ou peu solubles dans l'eau, assez bien solubles dans des solutions fortes d'acide chlorhydrique.

Nous prenions pour les essais des substances organiques à 1/100 g/mol. en les dissolvant dans de l'acide chlorhydriq à 36%, 18%, 9% et 4.5%, en dosant le nombre des cm^3 d'acide, nécessaire à la dissolution complète de ces substances à 20° C.

Conclusion

Le milieu acide dissolut les composés organiques oxygénés beaucoup plus fortement que l'eau distillée et dans les solutions à haute concentration les rapports entre les substances organiques les plus simples et l'acide approchent les rapports equimoléculaires (1:1) en déviant à la dilution jusqu'au rapports 1:2. Dans les solutions très dilulées, atteignant 4.5% de concentration (dans les cas de HCl examinés par nous) le rapport devient à la valeur la plus simple 1:1, mais c'est évident, que dans ce cas l'influence est exercée par un facteur différent — la faculté dissolvante de l'eau même.

La seule explication que nous y trouvions, c'est la formation de composés oxoniens dans les solutions indiquées.

Pour les composés hydroxyliques — alcools, éthers et esters, la solubilité élevé dans l'acide se manifeste brusquement pour les chaines carboniques, surtout à quatre atomes; or a cinq atomes la solubilité devient plus faible; pour les composés carbonyliques typiques, c'est-à-dire, pour les aldéhydes et cétones elle reste forte même pour les chaines à 6 atomes carboniques, ce qui souligne encore une fois la grande intensité des hautes valences oxoniennes dans ces classes de composés, se qui était constaté autrefois par nous d'après des données thermochimiques de divers complexes acidiques (acides) et en particulier pyroniques [11].

Comme dans toutes nos recherches précédentes [12] les noyaux aromatiques directement liés aux fonctions oxygénées font baisser considérablement

l'intensité des hautes valences, ce qui à notre avis est la cause de leur faible solubilité dans les milieux acidiques.

Les propriétés dissolvantes des acides signalées ne sont pas encore utilisées dans les réactions, mais il est certain que dans plusieurs cas elles donneront la possibilité d'effectuer divers processus avec des composés oxygénés organiques insolubles, en les transformant en des solutions acides.

Manuscrit reçu
le 20. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITTÉRATURE CITÉE

[1] A. Schwalbe et O. Aschan. Fin. Kemistsamfuel.Medd., **40**, 133 (1932—1933). [2] В. Челинцев и Н. Козлов. ЖРФХО (1914). W. Tschelinzeff et N. Kozlov. Journ. de la Société russe de Physique et Chimie (1914). [3] H. Isbell u. W. Pigman. Bur. Standards J. Res., **10**, 337 (1933) [4] В. Челинцев. ЖРФХО, Вег. и монография: Исследование высших валентностей у кислородных, сернистых и азотистых органических соединений. М., 1912. W. Tschelinzeff. Journ. de la Société russe de Physique et Chimie, Ber. et monographie: Les recherches des valences supérieures des composés organiques oxigenique, thionique et ammoniaque. [5] G. Cohn. Ber., **65**, 589 (1932). [6] H. Meerwein a. H. Maier-Hüser. Journ. Pr. Ch., **134**, 51 (1932). [7] M. Goswami a. A. Chakravarti. Journ. Ind. Chem. Soc., **9**, 599 (1932). [8] G. Gonzalez-Salazar-Gallart. An. Soz. Espan., fis-quimica, **30**, 815 (1932). [9] G. Schroeter. E. P., 390905; D. R. P. 557516 (1933). [10] W Tschelinzeff. Bull. Soc. Chim. Fr. [4], **35**, 741 (1924). [11] W. Tschelinzeff. Bull. Soc. Chim. Fr. [4], **37**, 176 (1925); **37**, 181 (1925). [12] W. Tschelinzeff. Bull. Soc. Chim. Fr. [4], **35**, 741 (1924).

ФИЗИЧЕСКАЯ ХИМИЯ

Л. В. НИКИТИН

ЗВУКО-ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЯ ЯВЛЕНИЯ

(Представлено академиком В. А Кистяковским 3 VIII 1934)

Явления периодического колебания потенциала электродов, известным образом обработанных и погруженных в соответствующие растворы, а также влияние движения электродов на их потенциал были открыты Шенбейном, Оствальдом и Марианини и наиболее полно изучены и объяснены акад. Кистяковским (1), который предложил специальную терминологию: „Alle durch Bewegung der Elektrode oder Electrolyte hervorgerufenen Änderungen des E werden in dieser Abhandlung abgekürzt als motoelektrische Erscheinungen bezeichnet“ (2).

Кроме мотоэлектрических явлений и пассивного состояния на поверхности металлов, могут иметь место еще два явления, имеющих значение в разбираемом вопросе: „Die eine — seit Fechner (1828) bekannte — ist die periodische Auflösung von Metallen, die andere — die von uns studierte plötzliche Passivierung des Metalls durch Bewegung in Lösungen mit bestimmter Konzentration an Oxydationsmitteln. Letztere Erscheinungen werden wir abgekürzt motochemische nennen (s. unter Fe, Cr und Si)“ и далее: „So sind also die periodischen Erscheinungen nichts anderes als automatisch sich wiederholende motochemische Erscheinungen und die letzteren sind nur ein Spezialfall des Einflusses der Bewegung auf das Elektrodenpotential“ (3).

Периодические явления изменения E, M, F для железного электрода в случае погружения его в раствор серной кислоты лучше всего, по опытам акад. Кистяковского, наблюдаются для 1—2 N и растворов серной кислоты с содержанием до 5% $K_2Cr_2O_7$.

Подобное же явление воспроизведено для железного электрода в растворах азотной кислоты — явление, которое было впервые открыто Гершелем и Шенбейном и далее исследовалось Ролльманом ([3]) и Джоулем ([4]). Это явление также было полно изучено акад. Кистяковским в выше цитированной работе.

Для железных электродов в растворах серной кислоты с добавкой $K_2Cr_2O_7$ наблюдаются вполне устойчивые самопроизвольные колебания потенциала в продолжение часа и более с продолжительностью периода около 11 сек. При повышении температуры продолжительность периода уменьшается до 1 сек.

Из ряда работ, в которых указано периодическое изменение потенциала электрода, можно отметить работы Шпитальского ([5]), изучившего колебания потенциала, поляризованного ртутного электрода и давшего исчерпывающую сводку литературы.

Хеджес и Майерс ([6]) исследовали периодичность растворения многих металлов в различных растворителях и выяснили влияние на это явление температуры, концентрации добавок коллоидальных веществ, активирования благородными металлами, бомбардировки катодными лучами. В дальнейших работах Хеджес ([7]) исследовал вопрос о периодическом образовании анодного фильма для разных металлов. Лилли ([8, 9]) детально исследовал мото-химические явления для железной проволоки в азотной кислоте, причем провел интересную аналогию между распространением активности вдоль пассивного железа и распространением колебаний вдоль нервов, а также фильмами на поверхности железа и в биологических системах.

Курт Швабе ([10]) изучал ритмические колебания потенциала цинкового электрода, особым образом помещенного, с величиной периода в несколько секунд.

Теории, развиваемые указанными авторами различаются только в частностях от теории предложенной В. А. Кистяковским в 1910 г., который рассматривает периодические явления, как автоматические повторяющиеся „мотохимические", зависящие от размеров пор в пассивирующей металл пленке. „Периодические явления представляют не что иное, как борьбу между непрерывно возобновляющейся на поверхности железа, благодаря процессам окисления, пленкой аморфного окисла и разрушением этого окисла электрохимическими и физико-химическими процессами. Кроме того, В. А. Кистяковский указал на значение движения слоя, прилегающего к электроду.

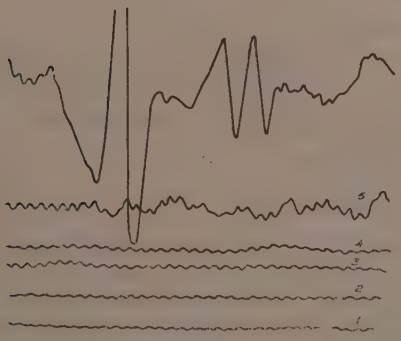
В то время как периодические явления были широко исследованы, мотоэлектрические или электромотохимические явления должного внимания на себя не обратили.

Мною было предположено, что электромотохимические явления могут быть в большой степени безинерционные и происходить с большой частотой и далее было предположено, что звуковая энергия, падающая на поляризованный электрод, находящийся в соответствующем электролите, может вызвать колебания потенциала электрода с частотой падающего звука.

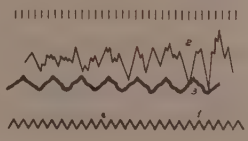
Опыты были поставлены в приборе, состоящем в основном из 1.5 м стеклянной трубки, наполненной изучаемым электролитом. В трубку при помощи мембраны, соединенной с мембраной телефона, вводились звуковые колебания с желаемой частотой (звуковой). В эту же трубку помещался на пути распространения звука изучаемый электрод, поляризуемый при помощи 12 V аккумуляторной батареи, с которой напряжение снималось потенциометрически. Вспомогательный электрод значительно

большей площади помещался в противоположном конце трубки. Поляризуемый электрод, подвергающийся действию звука, вспомогательный электрод, аккумуляторная батарея включены последовательно в первичную обмотку трансформатора усилителя, от которого напряжение передается на шлейф осциллографа Сименса. Приводим результаты следующих опытов:

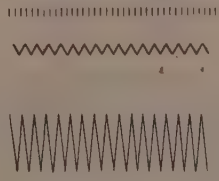
1. Электролит 5% раствор H_2SO_4. Поляризуемый электрод, подвергающийся действию звука,* железный, размером 2 мм × 4 мм × 1 мм. Сила поляризационного тока 10 m A. Через 10 мин. после начала поляризации осциллограмма передает колебания потенциала, совершающиеся с частотой приложенных звуковых колебаний. С течением времени



Фиг. 1.—Abb. 1.



Фиг. 2.—Abb. 2.



Фиг. 3.—Abb. 3.

характер колебаний потенциала при той же частоте звука и силе поляризационного тока меняется. Эти изменения переданы на осциллограмме 1 линиями 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Все изменения длятся около 15—20 мин., после чего колебания потенциала прекращаются с тем, чтобы через непродолжительное время (10—20 мин.) начаться снова.

Приблизительный масштаб амплитуды осциллограммы 1 мм — 0.05 до 0.1 m V. Объяснение этого явления, повидимому, связано с периодическим образованием газового слоя, находящегося в особом состоянии, постепенно увеличивающимся и в определенный момент исчезающим.

Чувствительность электрода к звуку заметно уменьшается после его продолжительной работы. Последующая анодная поляризация восстанавливает в значительной части наблюденный эффект. В наибольшей степени явление воспроизводимо при катодной поляризации, но удается и при анодной поляризации (осциллограмма 1).

2. Менялась частота звука, падающего на изучаемый электрод. Оказалось, что частота изменений потенциала следует приложенной звуковой частоте. В качестве электролита для этих опытов был взят 5% раствор H_2SO_4 с содержанием на 1 л раствора 1 г CrO_3, который, по опытам акад. Кистяковского, дает хорошие результаты для мотохимических явлений (осциллограмма 2).**

* На расстоянии до 10 см от мембраны телефона.

** Цена деления отметчика времени — $^1/_{500}$ сек.

3. Для получения устойчивых (более 1 часа), хорошо выраженных колебаний необходим соответствующий электролит и определенная плотность поляризационного тока.

На стр. 311 мы привели осциллограмму 3, которую удалось получить в указанном растворе с плотностью поляризационного тока в 10 m A на 0.1 см^2.

Описанные опыты трудно воспроизводимы и требуют при своей постановке тщательного экранирования схем. Приведенные результаты являются предварительными.

Поступило
3 VIII 1934.

PHYSIKALISCHE CHEMIE

ÜBER AKUSTISCH-ELEKTROCHEMISCHE ERSCHEINUNGEN

Von L. NIKITIN

(*Vorgelegt von V. Kistiakovskij, Mitglied der Akademie, d. 3. VIII. 1934*)

Die Erscheinungen der periodischen Schwankungen der Elektrodenpotentiale und zwar solcher Elektroden, die auf eine bestimmte Weise bearbeitet und in entsprechende Lösungen eingetaucht wurden, sowie der Einfluss der Bewegung der Elektroden auf ihr Potential sind von Schönbein, W. Ostwald und Marianini nachgewiesen und am vollständigsten vom Akademiker Kistjakowski (1) untersucht und erklärt worden. Kistjakowski hat auch eine spezielle Terminologie eingeführt.

Während die periodischen Erscheinungen in weitem Masse untersucht worden sind, haben die motoelektrischen und die elektromotochemischen Erscheinungen keine ihnen zukommende Beachtung gefunden. Von mir ist die Vermutung ausgesprochen worden, dass die elektromotochemischen Erscheinungen im hohen Grade inerzlos sein und mit einer hohen Frequenz verlaufen können. Weiterhin habe ich angenommen, dass die auf eine polarisierte und in einer entsprechenden Elektrolyte befindliche Elektrode auftreffende Schallenergie eine Schwankung des Elektrodenpotentials mit der Frequenz des auftreffenden Schalles hervorrufen kann.

Die Experimente wurden mittels einer Vorrichtung ausgeführt, die in der Hauptsache aus einer 1.5 m Glasröhre bestand. Die Glasröhre war mit der zu untersuchenden Elektrolyte gefüllt und es wurden in sie mittels eines an das Telephonmembran angeschlossenen Membrans Schallschwingungen von erwünschter Frequenz geleitet.

In dieselbe Röhre wurde auf dem Wege des Schallverbreitung die zu untersuchende Elektrode, die mittels einer 12 V-Akkumulatorenbatterie polarisiert wurde, eingesetzt. Ihre Spannung wurde potenzmetrisch aufgenommen. Eine Hülfselektrode von einer bedeutend grösseren Fläche wurde an dem gegenüberliegenden Ende der Röhre placiert. Die polarisierte, der Schallwirkung ausgesetzte Elektrode, die Hülfselektrode und die Akkumulatorenbatterie wurden in die primäre Wickelung des Transformators des Verstärkers eingeschlossen. Vom Verstärker aus wurde die Spannung auf die Schleppe des Simenschen Oszillographen übergeben.

Wir führen die Resultate folgender Experimente an:

1. Elektrolyte 5%, Lösung H_2SO_4. Die der Schallwirkung* ausgesetzte Elektrode ist von Eisen, Grösse = 2 mm × 4 mm × 1 mm. Die Stärke des Polarisationsstromes 10 mA. Zehn Minuten nach Beginn der Polarisation vorzeichnet das Oszillogramm Potentialschwankungen, die mit der Frequenz der angewandten Schallschwingungen erfolgen. Im Lauf der Zeit ändert sich der Charakter der Potentialschwankungen und zwar bei derselben Frequenz des Schalles und derselben Stärke des Polarisationsstromes. Diese Änderungen werden auf dem Oszillogramm 1 (S. 311) durch die Linien 1, 2, 3, 4, 5 und 6 wiedergegeben. Alle Änderungen dauern 15—20 min., worauf die Potentialschwankugen aufhören, um nach Verlauf einer geringen Zeit — 10—20 Min. — aufs neue zu beginnen.

Der ungefähre Masstab der Amplitude des Oszillogramms ist 1 mm — 0.05 bis 0.1 mV.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist, wie es scheint, mit der periodischen Bildung einer Gasschicht, die allmählich anwächst und in einem gegebenen Moment verschwindet, verbunden.

Eie Empfindlichkeit der Elektrode für den Schall nimmt nach längerer Arbeit merklich ab. Die nachfolgende Anodenpolarisation stellt den beobachteten Effekt im bedeutenden Umfang wieder her. Man kann die Erscheinung am leichtesten bis der Kathodenpolarisation wiederherstellen, es gelingt aber auch bei der Anodenpolarisation.

2. Es wurde die Frequenz des auf die zu untersuchende Elektrode auftreffenden Schalles verändert. Es erwies sich, dass die Frequenz der Potentialschwankungen der Frequenz des angewandten Schalles folgt. Als Elektrolyte wurde für diese Experimente eine 5%-ige Lösung von H_2SO_4 benutzt mit einem Gehalt von 1 g CrO_3 auf ein Liter der Lösung, was gemass den Experimenten des Akad. Kistjakowski gute Resultate für motochemische Erscheinungen ergibt (Oszillogramm 2 — S. 311).**

3. Zur Erhaltung von dauernden (mehr als ein St), gut ausgesprochener Schwankungen ist eine entsprechende Elektrolyte und eine bestimmte Dichte des Polarisationsstromes notwendig.

Wir legen das Oszillogramm 3 bei (S. 311) das in der obenerwähnten Lösung mit einer Dichte des Polarisationsstromes von 10 mA auf 0.1 cm^2 erhaltenwerden konnte.

Schlussfolgerungen

Die experimentallen Ergebnisse der vorliegenden Arbeit, die einen nur vorbereitenden Charakter trägt, sprechen von der grossen Wichtigkeit der entdeckten neuen Erscheinung, die als eine akustisch-elektrochemische Erscheinung bezeichnet werden kann, sowohl inbezug auf die Klärung der an der Grenze der Elektrode und der Elektrolyte vorgehenden Erscheinungen, als auch inbezug auf eine breite praktische Anwendung.

Eingegangen
d. 3. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] В. А. Кистяковский. Электрохимические реакции и электродные потенциалы некоторых металлов. 1910. [2] V. Kistiakovskij. Nernst-Festschrift, 1912. [3] N. Rolmann. Pogg. Ann., 73 (1848). [4] J. Joule. Phil. Mag. (3), 24 (1844). [5] Успехи физической химии (1930), 106. [6] J. Chem. Soc., 125, 604 (1924.; 127, 441 (1925). [7] J. Chem. Soc., 1926, 1533; 1928, 969; 1929, 1028, 1930, 566. [8] Science, 1928, 67, 593; 1929, 305. [9] Proc. Soc. Exp. Biol. and Med., 1929, 26, 317. [10] ZS. f. Electroch., 39, 10, (1933, 791.

* In einer Entfernung von 10 cm von Telephonmembran.
** Der Wert einer Teilung des Zeitvermerkers = 1/500 Sek.

В. М. КАРАСИК и М. М. ЛИХАЧЕВ

О СВЯЗИ МЕЖДУ ХИМИЧЕСКОЙ ПРИРОДОЙ И БИОЛОГИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТЬЮ ДИГИДРООКИСИ МЕТИЛДИФЕНИЛАРСИНА И ЕЕ ПРОИЗВОДНЫХ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 21 VII 1934*)

В работе об исследовании токсических свойств дигидроокиси метилфенарсазина и ее производных* были приведены данные о токсических свойствах дигидроокиси диметилфенарсазина, гидроокиси диметилфенарсазина и азотнокислой соли последнего соединения. Настоящее сообщение касается опытов по исследованию действия ароматических аналогов названных соединений. Эти аналоги, синтезированные по нашей просьбе Лабораторией высоких давлений Всесоюзной Академии Наук, отличаются по своей химической структуре от первых соединений лишь тем, что в их молекуле отсутствует имидная группа, связывающая два бензольных кольца, что ведет к разрыву третьего (среднего) кольца. Как и в опытах первой серии, подопытными животными служили белые мыши, которым раствор вещества вводился подкожно. Результаты опытов сопоставлены с данными 1-й статьи в нижеследующей таблице, где этот экспериментальный материал приводится в извлечении.

Приведенное в таблице сопоставление экспериментальных данных показывает, что исследованные нами гетероциклические соединения отличаются от своих ароматических аналогов значительно более резко выраженными особенностями в характере токсического действия каждого из них. Это проявляется в одном случае наличием судорожного эффекта, в другом — более выраженным курареподобным действием (ср. предыдущую статью) и большей токсичностью, в третьем — исключительной быстротой действия с избирательным поражением дыхательного центра. Соединения ароматического ряда, ведя во всех случаях к параличу, гораздо более сходны между собой по характеру своего действия, и лишь арсониевое основание проявляет при этом общую для соединений такого типа особенность — курареподобное действие. В связи с вышеуказанными различиями между соединениями из гетероциклического ряда и из ароматического ряда следует отметить, что первые из них и по своему химическому строению и по некоторым чертам своего токсического действия приближаются к веществам из класса алкалоидов.

Остается еще невыясненным, возникают ли вышеописанные особенности в действии веществ вследствие наличия в их молекуле имидной группы, как таковой, или же вследствие образования в молекуле третьего (среднего) кольца. Выяснение этого вопроса составляет задачу ведущейся нами в настоящее время работы.

Отделение экспериментальной токсикологии
Отдела токсикологии Всесоюзного института
экспериментальной медицины.
Ленинград.

Поступило
21 VII 1934.

---

* См. предыдущую статью в ДАН, № 3, т. IV (1934).

Название веществ Nom de la substance	Мг на 1 кг веса животного Dose en mg par 1 kg de l'animal	Число опытов Nombre des animaux	Результаты опытов Résultats
Дигидроокись метилфенарсазина	250	3	Смерть одного животного при явлениях судорог
Dihydroxyde de méthylphénarsazine			Convulsions et mort d'un des trois animaux
	275—300	4	Смерть в течение 1 суток при явлениях судорог
			Convulsions; mort
Дигидроокись метилдифенилларсина	300—715	6	Выживание животных
			Les animaux survivent
Dihydroxyde de méthyldiphénylarsine	730—1000	6	Смерть в течение 1 суток при явлениях паралича
			Paralysie; mort dans le courant de 24 heures
Гидроокись диметилфенарсазина	1.35	1	Выживание животного
			L'animal survit
Hydroxyde de diméthylphénarsazine	2.0—3.0	3	Смерть в течение 2—3 суток при явлениях паралича
			Paralysie, mort dans le courant de 2—3 jours
Гидроокись диметилдифенилларсина	2.1—11.0	8	Выживание животных
			Les animaux survivent
Hydroxyde de diméthyldiphénilarsine.	11.9—21.6	5	Смерть в течение 1 суток при явлениях паралича
			Paralysie; mort dans le courant de 24 heures
Азотнокислая соль гидроокиси диметилфенарсазина	5.0— 7.6	5	Выживание животных
			Les animaux survivent
Nitrate d'hydroxyde de diméthylphénarsazine	7.9—10.8	7	Смерть в течение 45 сек.—4 мин. при явлениях асфиктических удорог
			Convulsions asphyxiantes, mort dans l'espace de 45 sec.—4 min.
Азотнокислая соль гидроокиси диметилдифенилларсина	3.2— 9.0	4	Выживание животных
			Les animaux survivent
Nitrate d'hydroxyde de diméthyldiphénylarsine	11.0—14.0	3	Смерть в течение 3—20 часов при явлениях паралича
			Paralysie, mort dans le courant de 3—20 heures

BIOCHIMIE

SUR LA RELATION ENTRE LA NATURE CHIMIQUE ET L'ACTIVITÉ BIOLOGIQUE DU DIHYDROXYDE DE MÉTHYLDIPHÉNYLARSINE ET SES DÉRIVÉS

Par V. KARASIK et M. LIČHACOV (LIKHATSCHEFF)

(*Présenté par A. Richter, de l'Académie le 21. VII. 1934*)

Dans notre précédente* communication nous avons considéré les propriétés toxiques du dihydroxyde de méthylphénylarsazine, de l' hydroxyde de diméthylphénarsazine et du nitrate du dernier composé. Le présent rapport concerne des expériences sur l'action des analogues aromatiques de ces composés. Ces analogues, synthétisés sur notre demande par le Laboratoire des Hautes Pressions de l'Académie des Sciences de l'URSS, ne diffèrent des premiers composés que par le manque dans leur molécule du groupe imide liant deux noyaux benzéniques. Pareillement aux expériences de la première série, les animaux étaient des souris blanches, auxquelles on faisait une injection souscutanée de solutions aqueuses de ces substances. La table ci-dessous présente la comparaison des principaux résultats obtenus dans deux séries de nos expériences.

La comparaison des données expérimentales dans la table ci-dessus démontre que les composés hétérocycliques examinés diffèrent de leurs analogues aromatiques par des particularités bien plus accentuées de l'action toxique de chaque composé. Dans un des cas ceci se manifeste par un effet convulsif, dans un autre — par une action curarisante plus prononcée (voir la communication précédente) et une toxicité plus considérable et dans le troisième cas — par une rapidité d'action toxique excessive et une atteinte élective du centre respiratoire. Les composés du groupe aromatique amenant la paralysie dans tous les cas, ont entre eux une ressemblance bien plus grande par le caractère de leur action et seul, la base arseniée possède une propriété commune aux composés de ce type — l'action curarisante (démontrée par les expériences sur les grenouilles). En connexion avec les différences précitées entre les composés de la série hétérocyclique et la série aromatique on peut noter que les premiers approchent les substances de la classe des alcaloïdes par leur structure chimique et par certains traits de leur effet toxique.

Il reste encore à connaître si la différence entre l'action des substances aromatiques et hétérocycliques est liée à une l'influence spécifique du groupe imide ou bien à la présence d'un troisième noyau (intermédiaire) dans la molécule. La solution de cette question constitue le problème de notre travail actuel.

Division toxicologique
de l'Institut de Médecine
expérimentale de l'URSS.
Leningrad.

Manuscrit reçu
le 21. VII 1934.

---

* V. l'article précédent dans C. R. Acad. Sci. URSS, v. IV, № 3 (1934).

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

В. А. СОЛОВЬЕВ

К ОБОСНОВАНИЮ ГИДРОМОДУЛЯ ТВЕРДОЙ ЯРОВОЙ ПШЕНИЦЫ В СЫРТОВОМ ЗАВОЛЖЬИ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 25 VIII 1934*)

Площади Заволжья, намеченные под ирригацию, делятся на две группы: сыртовую (холмистую) и арало-каспийскую (равнинную).

Настоящая работа проведена на каштановых почвах сыртов в условиях сухого года. Основной задачей работы было: изучение влияния различных норм и сроков полива на урожаи зерна и соломы твердой яровой пшеницы *Melanopus* 069.

В целях обобщения результатов опыта по различным годам и для различных типов сыртовых почв и установления отправных величин для расчета норм полива на больших площадях, принят метод определения норм полива в зависимости от глубины насыщения почвы водой до полной влагоемкости (и как минимум до предельной влагоемкости). Этот метод учитывает: процесс насыщения почвы водой, водно-физические свойства отдельных генетических горизонтов почвы, наличный запас влаги в почве (остатки весеннего запаса и выпавших до полива осадков), размещение корневой системы яровой пшеницы.

Природные условия, на фоне которых были произведены опыты, можно охарактеризовать следующим образом.

Условия расчета яровой пшеницы

Для культуры яровой пшеницы 1933 год является сухим годом с холодной весной и жарким летом. В течение мая стояла сухая погода при высокой температуре (18—20°) и низкой влажности (51%) воздуха. В это время растение проходило фазу кущения.

Ко времени 1-го полива — первая декада июня — растения имели отмерший нижний лист и пожелтевшие верхушки 2-го, 3-го и 4-го листов. Растения испытывали острый недостаток в воде.

Период от 1-го до 2-го полива характеризуется бездождием, высокой температурой (20—21°) и низкой влажностью воздуха (47—44%). В этих условиях проходили фазы развития стебля, колошения и цветения.

Послеполивной период характеризуется высокой температурой, доходящей до 27.7°, низкой влажностью воздуха (37%) и незначительными дождями (в общей сложности 27 мм). Растение в этот период закладывало и развивало зерно.

При таких погодных условиях наибольшее значение несомненно имел и тот полив, который раньше вывел растение из состояния острого дефицита во влаге, т. е. 1-й полив.

Все опытные схемы заложены на однородном каштановом суглинке, вспаханном весной на глубину 15 см. Норма высева пшеницы 150 кг на га. После посева поле было прикатано деревянным катком.

Приводим данные по опыту „Нормы полива твердой яровой пшеницы". Опыт нормами полива имеет две серии делянок: на естественном и удобренном фонах.

Схема опыта с различными нормами поливов на естественном и удобренном фонах

Experimental Scheme of Different Watering Norms on Natural and Fertilized Soils

	1-й полив 6 VI — конец кущения 1st watering 6. VI. End of tillering stage	2-й полив 27 VI — начало образования зерна 2nd watering 27. VI Beginning of grain development	3-й полив 12 VII — налив зерна 3rd watering 12. VII. Ripening of the grain	Количество воды за все поливы в м³ * Total amount of water for all watering in m³ *	Урожай в ц на га Yield in metric quintals per hectare	
					Зерно Grain	Солома Straw
Без удобрения	35 см	35 cm	35 cm	2330	16.0	26.7
	35 „	70 „	70 „	3360	16.7	25.9
	70 „	70 „	—	2790	20.4	28.8
Without fertilizer	100 „	100 „	35 „	4110	21.5	35.0
	1000 см³	1000 cm³	—	2000	17.0	27.7
С удобрением **	70 cm	70 cm	35 cm	3370	25.5	36.1
With fertilizer **	100 „	100 „	35 „	4230	28.4	42.2

Нормы полива выражены в глубинах слоя почвы, насыщаемого водой до 80—100% полной влагоемкости

Watering norms are expressed in the depths of the soil layer saturated with moisture to 80—100 per cent of its full water-absorbing capacity

Яровая пшеница в сущности имела 3 и 4 полива, из коих один (естественный — нормою 1100 м³) — предпосевный. Ко времени 1-го (искусственного) полива почва имела очень ограниченный запас физиологически доступной влаги.

Поэтому норма 1-го полива определила урожай зерна и соломы. Чем больше норма полива, тем выше урожай. При 35 см — 16.0 ц, при 70 см — 20.4 ц при 100 см — 21.5 ц.

Если же 1-й полив имел малую норму (35 см), то при различных нормах и 2-го и 3-го полива (70 или 100 см) урожай мало колебался — от 16 до 17 ц. При заранее назначенных нормах полива (в 1000 и 700 м³, например) получены урожаи в 17—18 ц, т. е. близкие к урожаям с малыми нормами 1-го полива. Удобрения значительно повышают урожай зерна и соломы (на 25—30%).

Наилучшие отношения между зерном и соломой получаются при норме полива в 70 см (1 : 1.4); уменьшение нормы полива или увеличение ее по сравнению с нормой полива в 70 см расширяет это отношение (1 : 1.5; 1 : 1.6).

Совместное применение удобрения и орошения дает возможность получить проектные размеры урожаев в 25—30 ц зерна на г. Удобрение

* Запас воды в метровом слое при посеве пшеницы равнялся 2341 м³, из коих физиологически доступной (150% от максимальной гигроскопичности) воды было 1100 м³. Осадки за вегетационный период равны 609 м³.—The moisture reserve in the metre layer at the time of sowing was 2341 m³ whereof 1100 m³ (150% of maximum hygroscopic moisture) was physiologically available. The rainfall during the vegetative period was 609 m³.

** Удобрение нитрофоском с количествами N, P и K по 90 кг действующего начала.—The fertilizer was nitrophosk with 90 kg of active parts of each of the elements N, P, and K.

позволяет соблюдать значительную экономию в воде для получения одного и того же урожая (так без удобрения при 4110 м³ — получен урожай зерна 21.5 ц, на удобренном же фоне при норме 3370 м³ — 25.5 ц).

Одни и те же нормы насыщения почвы в различные сроки полива требовали различного количества воды. Так, для нормы насыщения на 70 см израсходовано при 2-м поливе 1540 м³, при 3-м — 1030 м³.

Таким образом, выражение норм полива в глубинах насыщения почвы водой является по существу алгебраической величиной и позволяет создать однородные условия в корнеобитаемом слое не только по отдельным периодам вегетации, но по различным годам, что значительно облегчает сравнение результатов опытов.

В условиях сухого года норма 70 см (для 1-го полива она была равна 1250 м³) резко отличалась по своей эффективности (урожаю) от „отвлеченной" нормы в 1000 м³ (для 1-го полива эта норма давала насыщение 45 см слоя почвы).

Сроки поливов твердой яровой пшеницы

Сроки поливов имеют большое значение в деле получения высоких урожаев зерна хорошего качества. При построении схем для опытов со сроками полива принималось во внимание: 1) что полив, данный в определенную фазу, имеет, главным образом, влияние на последующие фазы и лишь отчасти на поливную фазу; 2) что растения, не получающие долго воды, начинают складывать свой особый „сухой" габитус, и уже иначе отзываются на полив, чем своевременно политые.

Схемы опыта с различными сроками поливов

Нормы полива 70 см. 2-кратный полив. Всего израсходовано 2480 м³ воды на га

1-й полив	2-й полив	Первый межполивной период	Урожай в ц на га	
Фазы			Зерно	Солома
Полная трубка 14 VI	Начало завязи зерна 29 VI	15 дней	15.5	26.3
Конец кущения 8 VI	Начало завязи зерна 29 VI	21 „	19.3	28.9
„ „ 8 VI	Налив зерна 13 VII	35 „	13.5	23.0

Дополивной период при разных сроках полива колебался от 30 до 35 дней; межполивной период от 15 до 35 дней; послеполивной — от 16 до 31 дня.

Разница в продолжительности дополивного периода резче, чем всякая иная, сказалась на габитусе растения. Именно: главный стебель оказался низкорослым и мелкоколосым, весьма близким к таковым же на бесполивных делянках. Запоздалый первый полив делянки с 35-дневным дополивным периодом существования способствовал сильному росту боковых стеблей („подгону"), которые сильно отставали в фазах развития. Схемы с 30-дневным дополивным периодом имели растения обычного вида, с хорошо развитым главным стеблем и мало от него отстающими в росте

я фазах боковыми стеблями. Количество „подгона“ в покрове некоторых делянок позднего полива в три раза превышало количество главных стеблей. „Подгон“ отличался от главного стебля белыми колосом и остями, когда у главного стебля колос имел грязножелтый, а ости — черный цвет.

Наивысший урожай зерна (19.3 ц) и наиболее благоприятное отношение зерна к соломе (1 : 1.5) получено при сроках полива: 1-го — в конце кущения (стеблевания), 2-го — при завязывании пяточки зерна. Запаздывание со сроком 1-го или 2-го полива снижало урожай зерна на 4—6 ц, при одновременном ухудшении качества зерна и увеличении соломистой части урожая (1 : 1.7). Таким образом, при запоздалых поливах получается не только более низкое качество зерна и более низкий урожай его, но и питательные вещества почвы израсходованы менее рационально. Если вспомнить, что делянки запоздалого срока 1-го полива имели в покрове значительное преобладание „подгона“, то полученные урожаи зерна и соломы, а также и количество их, характеризуют в сущности урожай „подгона“.

„Сухая“ безполивная делянка дала урожай зерна 5.1 ц на га.

Сравнивая между собой орошаемые и „сухую“ делянки, видим, что орошение способствовало повышению урожая зерна в 2.5—5.5 раз.

Институт зернового хозяйства.
Саратов.

Поступило
15 VIII 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

ON THE HYDROMODULUS OF DURUM SPRING WHEAT IN THE TRANSVOLGA SYRTS

By V. SOLOVJEV

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 25 VIII 1934*)

The Transvolga areas, included in the plan of irrigation, can be divided into two groups: the syrt (hilly) group and the Aral-Caspian (lowland) group.

This investigation has been carried out on the chestnut soils of the syrts under conditions of a dry year. The primary object of this investigation was to study the influence of different amounts and dates of watering on the yield of grain and straw of the durum spring wheat, *Melanopus* 069. For the purpose of generalizing the experimental results for different years and for different types of syrt soils and of establishing the basis for calculating the required amount of watering for large areas, it was decided to apply the method of determining the required amount of watering according to the depth of saturating the soil to its full water absorbing capacity (and as a minimum to its limiting water holding capacity). This method takes into account the process of saturating the soil with moisture, the physical properties of the separate genetic horizons of the soil, the actual moisture reserve in the soil (the residue of the spring supply and of rainfall before watering was commenced), and the distribution of the root system of spring wheat.

The natural environmental condition under which these experiments were carried out may be characterized as follows.

Conditions of Growth of Spring Wheat

With regard to spring wheat, 1933 must be considered a dry year with a cold spring and hot summer. The weather in May was dry, the temperature was high (18—20°), and the humidity of the air was low (51%). The wheat was at this time passing through the tillering stage.

At the time of the first watering, in the first decade of June, the lower leaf had died and the upper leaves (2nd, 3rd, and 4th) had turned yellow. The plants were acutely suffering from lack of water.

The interval between the first and second watering was characterized by absence of rain, high temperature (20—21°), and low humidity of the air (47—44%). The development of the stalk, earing, and flowering occurred under these conditions.

The post-watering period was characterized by high temperature (up to 27.7°), low humidity of the air (37%), and insignificant rainfall (totalling 27 mm). This was the time of fertilization and further development of the grain.

Under such weather conditions the first watering was undoubtedly the most important, for it was the first to succour the wheat suffering from an acute lack of moisture.

All the experiments were carried out on uniform chestnut loam that had been ploughed in spring to a depth of 15 cm. The amount of grain sown per hectare was 150 kg. After sowing the field was rolled by a wooden roller.

We give the data of the experiment 'Watering norms for durum spring wheat'. This experiment was carried out on two series of plots, on natural and fertilized soils (see p. 318).

Actually the spring wheat had 3 and 4 waterings, whereof the first (the natural one totalling 1100 m^3) preceded the sowing. By the time of the first (artificial) watering there was only a very limited supply of physiologically available moisture left in the soil.

Therefore the first watering was the one to determine the yield of grain and straw. The higher the norm the greater was the yield. For 35 cm it was 16.0 metric quintals, for 70 cm — 20.4 quintals, and for 100 cm — 21.5 quintals.

If the first watering was small (35 cm), then the yield fluctuated within a narrow range of from 16 to 17 quintals, depending on the norms of the second and third waterings (70 or 100 cm). With the beforehand appointed watering norms of 1000 and 700 m^3, yields of 17—18 quintals were harvested, i. e. close to the yields with low first watering norms. Fertilizers raised the yield of grain and straw considerably (25—30%). The best grain to straw ratio was obtained with a watering norm of 70 cm (1 : 1.4); an increase or decrease in the norm of watering relatively to the 70 cm norm increased the difference (1 : 1.5; 1 : 1.6).

A simultaneous application of fertilizer and irrigation makes the planned yields of 25 to 30 quintals of grain per hectare quite feasible. Fertilizers give a great economy in water for one and the same size of yield (so, on unfertilized soil with 4110 m^3 of water the yield was 21.5 quintals, and on fertilized soil the yield was 25.5 quintals with only 3370 m^3 of water). The same norms of soil saturation required the expenditure of different quantities of water dependent on the dates of watering. So, to saturate the soil to 70 cm it was necessary to expend 1540 m^3 during the second watering and 1030 m^3 during the third one.

Thus the formula for watering norms expressed in depths of moisture saturation of the soil is in its essence an algebraic quantity and permits the establishment of uniform conditions in the root layer not only during separate periods of vegetation but also in different years, thus making considerably easier the comparison of experimental results. Under conditions of a dry year the 70 cm norm (which constituted 1250 m^3 of water for the first watering) markedly differed in its result (yield) from the 'theoretical' norm of 1000 m^3, which gave for the first watering a saturation of only a 45 cm layer of soil.

Watering Dates for Durum Spring Wheats

The watering dates are very important in the production of high yields of good quality grain. When the experimental schemes for testing watering dates were drawn up, the following points were taken into consideration: 1) watering in a given stage of growth chiefly influences the following stages, and has only partial effect on the watering stage itself; 2) plants that do not receive water for a long time commence to acquire their own peculiar 'dry' habit, and react to watering otherwise than plants that have been duly watered.

Experimental Scheme of Different Watering Dates

Watering norm 70 cm. Two waterings. Total amount of water per hectare 2480 m^3

1st watering	2nd watering	1st inter-watering period	Yield per hectare in metric quintals	
Stages of growth			Grain	Straw
Full stalk 14.VI	Fertilization 29. VI	15 days	15.5	26.3
End of tillering stage 8. VI	Fertilization 29. VI	21 „	19.3	28.9
End of tillering stage 8. VI	Grain Ripening 13 VII	35 „	13.5	23.0

The pre-watering period in accordance with different dates of watering fluctuated from 30 to 35 days; the inter-watering period was from 15 to 35 days and the post-watering period fluctuated from 16 to 31 days.

The difference in the duration of the pre-watering period had a more marked effect on the plant's habit than any other, namely, the main stalk was stunted and had small ears, very similar to those on unirrigated plots. A late first watering of the plot (with a 35 day pre-watering period) resulted in a vigorous growth of the side stalks, which had lagged behind in their growth. The scheme with a 30 day pre-watering period resulted in plants of normal appearance with a well develped main stalk and with side-stalks very little behind it in respect of height and stages of development. The quantity of side stalks in the vegetation of some of the plots of late watering was three times greater than the quantity of main stalks. The side stalks had white ears and awns, while the main stalk had a dirty yellow ear and black-coloured awns.

The highest yield of grain (19.3 quintals) and the most favourable grain to straw ratio (1 : 1.5) was obtained under the following watering scheme; the 1st watering at the tillering stage and the 2nd watering at the beginning of the development of the embryo. A delay in the date of the first or second waterings lowered the yield of grain by 4—6 quintals with a simultaneous lowering of the quality of the grain and an increase of the amount of straw (1 : 1.7). Therefore, retarded watering leads not only to a lower quality of grain and to a smaller yield, but also to a less profitable utilization of the nutritious elements of the soil. If it be recalled that the plots of delayed dates of first watering had a considerable predominance of side stalks in their vegetation, it becomes then quite obvious that their yield of grain and straw as well as the quality of the yield are essentially characteristic of the side stalks.

The 'dry' unirrigated plot gave a yield of 5.1 quintals of grain per hectare.

Comparing the irrigated and 'dry' plots we see that irrigation increased the yield from 2.5 to 5.5 times.

Institute of Grain Farming
Saratov.

Received
15 VIII 1934.

ФИЗИОЛОГИЯ РАСТЕНИЙ

А. И. ПОТАПОВ

ТИРОЗИНАЗА В ЧАЙНОМ ЛИСТЕ И ЕЕ ВЕРОЯТНАЯ РОЛЬ В ТЕХНОЛОГИИ ЧАЯ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 7 X 1934*)

При изучении форм и причин гибели листьев чайного куста [1] преимущественно в зимний и весенний период жизни последнего, нами была отмечена одна форма повреждений листьев, которая сопровождалась почернением их. Причину такого патологического изменения мы усматривали в работе фермента тирозиназы, а почернение листьев приписали дальнейшему изменению тирозина в темноокрашенные продукты его окисления вплоть до меланинов. Поэтому данному патологическому состоянию чайного листа мы дали название меланоза.

Еще в то время у нас возникло сопоставление этого факта с аналогичным фактом почернения зеленых чайных листьев в процессе приготовления из них чая. Последний состоит из следующих операций: завяливания молодых побегов (флешей), скручивания в особых машинах (роллерах), так называемой ферментации и сушки. Отчасти при скручивании, всегда при ферментации, листья чая приобретают медно-красный цвет, который при сушке нагретым воздухом переходит в черный. Такое изменение тонов вполне совпадает с таковым же изменением окраски тирозина. Постановкой прямых опытов с выжатым соком из чайных листьев мы действительно установили наличие в них фермента тирозиназы по покраснению растворов тирозина. Не довольствуясь исследованием сока из чайных листьев, мы сделали ряд определений наличия

тирозиназы в целых ветках растения, воспользовавшись для обнаружения тирозиназы в них методом Боаса и Меркеншлагера (2). Срезанные ветки чайного куста были поставлены в следующие растворы: 1) 9% алкоголь, 2) 1:8 метиловый спирт, 3) 3 капли ксилола на 250 см³ воды, 4) нормальный раствор, 5) 0.25% раствор в воде гидрохинона.

Уже через три дня мы имели следующие изменения в листьях:

1) Кирпично-красные пятна у оснований черешков листьев.

2) Заметных изменений нет.

3) То же.

4) Жилки листьев покраснели на нижней поверхности. Верхняя поверхность листьев кирпично-красного цвета. Аналогичная картина встречается у листьев на растении во время зимовки.

5) Жилки листьев и кора верхней части стебля черного цвета.

Боас и Меркеншлагер в своих работах над растительной тирозиназой реакцию с гидрохиноном считали доказательством присутствия тирозиназы. Почернение жилок чайных листьев, полученное нами на растворе гидрохинона, было совершенно аналогично картине почернения жилок картофельного листа, фотография которого дана упомянутыми авторами в своей работе.

Установив наличие тирозиназы в чайном листе, мы нашли и тирозин в готовом чае. Учитывая факт, что тирозин является одной из тех немногих аминокислот, которые должны быть получены животным организмом в готовом виде и без которых невозможна нормальная жизнь животного организма, мы должны признать его одной из существенных составных частей чая. А так как технологический процесс приготовления чая совсем игнорирует судьбу белкового комплекса чайного листа, то мы настаиваем на необходимости критического пересмотра теории, лежащей в основе фабричного процесса приготовления чая.

Лаборатория биохимии и физиологии растений Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
7 X 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

TIROSINASE OF TEA-LEAVES AND ITS PROBABLE ROLE IN TEA MANUFACTURE

By A. POTAPOV

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 7. X. 1934*)

In our investigations of the modes and causes of the death of tea leaves in the winter and spring periods of the life of the plant (1), we observed a mode of injury of the leaves consisting in their turning black. We came to the conclusion that the cause of such a pathologic alteration lies in the action of the tyrosinase enzyme, and we ascribed the blackening of the leaves to a further conversion of the tyrosine into the dark-coloured products of its oxidation, even into melanins. And we, therefore, gave the name of melanose to such a pathologic condition of the tea leaf.

We were then struck with the resemblance of this phenomenon to the analogous phenomenon of the blackening of green tea leaves during the manufacture of tea, which of conisists the following stages: withering of the young shoots, rolling in special machines, the so-called fermentation, and, lastly, firing or drying. Partly during the rolling stage, and wholly during fermentation, the leaf colour changes to a copper red, which deepens into black during the drying by hot air. Such a change in colour entirely coincides with that in the colour of tyrosine. By direct experiments with the juice pressed out of the leaves we actually succeeded in determining the presence of tirosinase in them by the reddening of tyrosine solutions. We did not limit our studies to the juice of the leaves but made a number of determinations of the presence of tyrosinase in whole branches, applying the method of Boas and Merkenschlager (2). Branches of the tea plant were placed in the following solutions: 1) 9 per cent alcohol, 2) 1:8 methyl alcohol, 3) 3 drops of xylene to 250 cm^3 of water, 4) normal solution, 5) 0.25 per cent solution of hydroquinone in water.

Three days later we observed the following alterations in the leaves:

1) Reddish brown spots at the base of the petioles.

2) No noticeable changes.

3) The same.

4) The veins of the leaves reddened on the under side, the upper side of the leaves being of a red brown colour. The same is to be observed in leaves of wintering plants.

5) The veins of the leaves and the bark of the upper part of the stem blackened.

Boas and Merkenschlager in their work on vegetable tyrosinase consider the reaction with hydroquinone to be a proof of the presence of tyrosinase. The blackening of the veins of tea leaves observed by us in solutions of hydroquinone was entirely analogous to the blackening of the veins of potato leaves as shown by the photograph in the work of the above-named authors.

Having establishing the presence of tyrosinase in the tea leaf, we found tyrosine in the manufactured article. Considering the fact that tyrosine is one of the few amino-acids which must be procured by the animal organism ready made and without which normal life of animal organisms is impossible — we must recognize it as one of the essential components of tea. And as the technology of tea manufacture completely ignores the fate of the protein complex of the tea leaf, we emphasize the neccessity of a critical revision of the principles whereupon the wholesale manufacture of tea is based.

Laboratory of Biochemistry und Plant Physiology,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
7. X. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] А. Потапов. Формы и причины гибели листьев чайного куста. Тифлис, 1932. A. Potapov. Modes and Causes of the Death of Tea Leaves. Tiflis. 1932. [2] Boas u. Merkenschlager. Bioch. ZS., Bd. 155, H. 3/4, 1925. [3] А. Потапов. Биохимические основы технологии чая (рукопись). A. Potapov. The Biochemical Principles of Tea Manufacture. (manuscript).

Г. Х. МОЛОТКОВСКИЙ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ВЕНТИЛЯЦИИ ЛИСТЬЕВ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 13 VIII 1934*)

В одной из своих работ я имел возможность дать описание так называемой желатиновой камеры к порометру (1) и указать на те некоторые преимущества, какие она имеет по сравнению со стеклянной типа Дарвина.

Одним из таких преимуществ является возможность учитывать строго ограниченное пространство эпидермиса, которое она прикрывает, производить подсчет количества устьиц на нем и объем воздуха, проходящего через устьице в единицу времени.

Значение этого вполне понятно, так как видовая и сортовая физиология устьиц разработана плохо, и весьма важна возможность сравнивать порометрические показатели, полученные для разных растений.

При этом нельзя ограничиваться учетом подкамерной площади эпидермиса без подсчета устьиц, особенно при точных исследованиях, ибо, как показали исследования Александрова и Александровой (2) и др., величина и количество устьиц на определенной площади непостоянны и подвержены значительным колебаниям в зависимости от внешних факторов (срок посева, метеорологические факторы и др.).

Прежде чем перейти к описанию методики учета устьиц под камерой, напомню вкратце о самом способе изготовления желатиновых камер. В закругленных частях готовых желатиновых капсул, покупаемых в аптекарском магазине, пробиваются отверстия, в которые вставляются резиновые трубки и обмазываются при основании разжиженной желатиной. Расставленные на стекле капсулы обливаются при основании 25% раствором желатины. По остывании вырезается сверлом вокруг капсулы кружок, который будет представлять отгиб готовой желатиновой камеры.

Необходимо отметить, что, как показала дальнейшая практика, возможно изготовлять отгиб камеры не только из желатины, но и из коллодиума и целлулоида, растворенного в грушевой эсенции, давая, после облива желатиновой капсулы, испариться в первом случае эфиру и во втором — грушевой эссенции. Из двух последних видов отгиба камеры лучшие качества показал приготовленный из целлулоида. Для этой цели была использована кинематографическая лента. Чем тоньше получается пленка — отгиб камеры из целлулоида, тем лучше она прилегает и приклеивает к листу растения.

Склеивающим веществом служит 15—20% раствор желатины. Последняя, давая устойчивые золи в воде, коагулирует от незначительного прибавления спиртов. Поэтому, для придания ей большей липкости мы прибавляли по нескольку капель на 1 г желатины метилового, а потом этилового алкоголя при энергичном помешивании раствора. Вообще же для сохранения вязкости желатины необходимо нагревать ее не свыше 70° С, перед тем оставляя набухать в необходимом количестве воды в течение трех часов.

Употребление такого раствора желатины желательно и для приклеивания камеры с желатиновым отгибом, так как последние in situ подсыхают и иногда спадают с листьев, имеющих гладкую поверхность.

Для сведения подсыхания желатиновых отгибов камеры к минимуму удобно смазывать их тонким слоем следующего состава: 1 г парафина, 1 г канифоли, 0.1 г касторового масла.

На воздухе эта смесь не изменяет своих свойств и предохраняет от высыхания желатиновые отгибы, давая возможность последним днями сохранять почти первоначальную эластичность и мягкость.

Что же касается техники подсчета устьиц под камерой, через которые проходит фильтрация воздуха, то она такова.

По окончании наблюдений острыми ножничками желатиновые капсулы срезались при самом отгибе, перед тем слегка смоченные водой для лучшего выполнения этого приема. Доступ к подкамерному эпидермису оказывается свободным. Кисточкой наносим 10% раствор ([3]) цветной (красной) желатины. Даем остынуть, снимаем отгибы бывшей камеры вместе с тонкой пленкой подсохшей красной желатины и далее под микроскопом производим учет отпечатанных устьиц. Употребляем окрашенную желатину для более ясного и резкого отличия полученной из нее пленки от остальной массы желатины.

Иногда применяли для этой же цели и такой способ. Заливали подкамерный эпидермис задубленой желатиной ([4]). В качестве дубителя употреблялся сильно разбавленный водный раствор формалина в таком соотношении: 0.1 г раствора формалина на 1 г желатины, благодаря чему желатина делалась устойчивой к горячей воде. Снимали с листа отгиб камеры с отпечатком устьиц на задубленой желатине и опускали в горячую воду. При этом растворялся недубленый желатиновый отгиб, а дубленая пленка оставалась и соответствующе использовалась.

Время Zeit	Температура Temperatur °C	Количество устьиц на 1 мм² Zahl der Spaltöffnungen pro 1 mm²	Общее количество устьиц под камерой Gesamtzahl der Spaltöffnungen unter der Kammer	Объем воздуха, проходящего через подкамерный эпидермис в секунду в мм³ Volumen der Luft in mm³ das pro Sekunde durch die Epidermis unter der Kammer durchgeht	Коэффициент вентиляции листьев Durchlüftungskoeffizient der Blätter	Примечание Anmerkung
28 VI 1934						
8	16.5	198 170	752 674	45 40	0.0598 0.0593	Длина замыкающих клеток устьиц в μμ. Американ 572—36.2 Дюбек 44—32.5
10	19.5	198 170	752 674	62 42	0.0824 0.0623	
12	24.5	198 170	752 674	84 65	0.1117 0.0964	Länge der die Spaltöffnungen schliessenden Zellen in μμ. American 572—36.2 Dübek 44—32.5
14	28.0	198 170	752 674	125 95	0.1662 0.1409	
16	28.5	198 170	752 674	130 105	0.1728 0.1557	
18	25 0	198 170	752 674	98 58	0.1303 0.0860	
20	20.0	198 170	752 674	62 35	0.0824 0.0519	

Такую же процедуру возможно проделать и с раствором целлулоида в грушевой эссенции, употребляя последний для получения отпечатка устьиц. Замечу, что не всегда в горячей воде мне удавалось отделить задубленую желатину от незадубленой.

Установив количество устьиц под камерой теперь легко учесть объем воздуха, проходившего через одно устьице.

Согласно Н. А. Любинскому ([5]), объем воздуха будет измеряться объемом столба воды в горизонтальной трубке порометра, который ограничен двумя — начальным и конечным положением мениска при подсчете, деленным на количество секунд. Результат относим к количеству устьиц под камерой. Таким образом, возможно определить коэффициент или показатель вентиляции листьев растений. Говорим о вентиляции листьев, так как едва ли можно считать на сегодня порометр точным прибором для определения степени открывания устьиц, как это высказали Жемчужников и Васильев ([6]), Лофтфильд ([7]), Гаморок и Любинский ([8]), Костычев и др. Правда, Н. А. Любинский в последнее время утверждает обратное, но обсуждение этого взгляда отнесем к другой работе.

Итак коэффициентом или показателем вентиляции листьев растений будем называть объем воздуха в $мм^3$, профильтровавшего в 1 секунду через одно устьице.

Поясним это примером. На таблице показаны коэффициенты вентиляции для листьев табака „Американ 572“ и „Дюбек 44“ в период формирования бугонов. Числитель дроби — показатель для первого и знаменатель — для второго. Камера приклеивалась к нижнему эпидермису на середине листа среднего яруса.

Сельскохозяйственный институт.
Житомир.

Поступило
3 VIII 1934.

PFLANZENPHYSIOLOGIE

DIE BESTIMMUNG DES DURCHLÜFTUNGSKOEFFIZIENTEN DER BLÄTTER

Von G. MOLOTKOVSKIJ

(*Vorgelegt von A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 13. VIII. 1934*)

In einer meiner Mitteilungen habe ich die Beschreibung der sogenannten Gelatinekammer für das Porometer gegeben ([1]) und auf einige Vorzüge, die sie im Vergleich mit der Glaskammer Darwins hat, hingewiesen. Einer der Vorzüge der Gelatinekammer besteht in der Möglichkeit auf einer bestimmten Fläche der Epidermis die Zahl der Spaltöffnungen zu berechnen und somit die Menge der in einer Zeiteinheit durchgehenden Luft festzustellen.

Die Bedeutung dieser Methodik ist ganz begreiflich, denn sie ermöglicht uns die Porometerwerte der verschiedenen Pflanzen zu vergleichen.

Dabei man sich nicht auf die Berechnung der Fläche der Epidermis unter der Kammer beschränken, ohne die Spaltöffnungen zu zählen, besonders bei genauen Untersuchungen, denn die von Alexandrov ([2]) und anderen haben erwiesen, dass die Grösse und die Zahl der Spaltöffnungen auf einer bestimmten Fläche nicht beständig und

bedeutenden Schwankungen in Abhängigkeit von äusseren Faktoren (wie der Saatfrist, meteorologischen Faktoren) ausgesetzt sind.

Bevor ich zur Beschreibung der Methodik der Berechnung der Spaltöffnungen unter der Kammer übergehe, möchte ich noch die Technik der Vorbereitung der Gelatinekammer erwähnen. An der „Spitze" des abgerundeten Teils der fertigen Gelatinekapseln, die man in der Apotheke kauft, macht man Öffnungen, in welche Kautschukröhren hineingesetzt und an der Basis mit verdünnter Gelatine beschmiert werden. Die auf einer Glasplatte aufgestellten Kapseln werden am unteren Teile mit 25%-iger Gelatinelösung begossen. Sobald die Lösung abgekühlt ist, wird mit einem Bohrer aus der Gelatinemasse eine Scheibe geschnitten, welche die zurückgebogenen Ränder der fertigen Kammer bilden wird.

Wie die weitere Praxis gezeigt hat, kann man Kammerränder nicht nur aus Gelatine, sondern auch aus Kollodium und aus in Birnenessenz gelöstem Zelluloid herstellen, doch muss man nach dem Begiessen der Gelatinekapseln im ersten Falle den Äther und im zweiten die Birnenessenz ausdunsten lassen. Von den zwei erwähnten Arten der Kammerränder haben die aus Zelluloid hergestellten die besten Eigenschaften gezeigt. Zu diesem Zweck benutzte ich einen kinematographischen Film. Je dünner die Zelluloidkammerränder sind, desto besser haftet und klebt die Kammer an dem Blatt der Pflanze.

Als Klebstoff kann man eine 15—20%-ige Gelatinelösung verwenden. Letztere bildet im Wasser dauerhafte Solen und koaguliert bei geringem Hinzufügen von Alkohol. Um eine grössere Klebrigkeit zu erzielen, fügt man auf ein Gramm Gelatine mehrere Tropfen Methyl- und Äthylalkohol hinzu, wobei die Lösung tüchtig gerührt werden muss. Um die Klebrigkeit der Gelatine zu erhalten, muss die Lösung bis 70° erwärmt werden. Die Gelatine lässt man in einem bestimmten Quantum Wasser während drei Stunden aufquellen.

Die Anwendung einer solchen Gelatinelösung ist auch beim Aufkleben der Kammer mit Gelatinerändern erwünscht, da letztere *in situ* austrocknen und zuweilen von Blättern mit glatter Fläche abfallen.

Um das Trockenwerden der Gelatineränder auf das Minimum herabzusetzen, muss man sie mit einer dünnen Schicht folgender Mischung bestreichen: 1 g Paraffin, 1 g Kolophonium, 0.1 g Rizinusöl.

An der Luft verändert diese Mischung ihre physikalisch-chemischen Eigenschaften nicht und lässt die Gelatineränder nicht austrocknen, sie bleiben auf Tage hinaus elastisch und weich.

Die Technik der Berechnung der Spaltöffnungen unter der Kammer durch welche die Luftfiltration vor sich geht, ist die folgende.

Nach der Kontrolle werden die Gelatinekapseln mit Wasser angefeuchtet und mit einer scharfen Scheere dicht an den Rändern abgeschnitten. Der Zutritt zur Epidermis unter der Kammer wird frei. Wir tragen mit einem Pinsel eine 10%-ige farbige (rote) Gelatinelösung auf (3). Nach der Abkühlung nehmen wir die zurückgebogenen Ränder der gewesenen Kammer zusammen mit dem roten Gelatinehäutchen ab und führen die Berechnung der abgedruckten Spaltöffnungen mit dem Mikroskop aus. Wir gebrauchen farbige Gelatine, um den daraus erhaltenen Film von der übrigen Gelatinemasse scharf and klar zu unterscheiden.

Zu diesem Zweck habe ich manchmal auch folgende Methode angewandt. Ich trug auf die Epidermis unter der Kammer durchgegerbte Gelatine auf (4). Als Gerbstoff verwandte ich stark verdünnte Formalinhydratlösung in folgendem Verhältnis: 0.1 g Formalinlösung auf 1 g Gelatine,

wodurch die Gelatine im heissen Wasser widerstandsfähig wurde. Die zurückgebogenen Ränder der Kammer mit den abgedruckten Spaltöffnungen auf der gegerbten Gelatine legte ich in heisses Wasser. Die Gelatineränder lösten sich auf und der gegerbte Gelatinefilm blieb unaufgelöst und konnte zu Versuchen gebraucht werden.

Dieselbe Prozedur kann man mit in Birnenessenz aufgelöstem Zelluloid ausführen.

Letzterer wird zum Abdruck der Spaltöffnungen verwendet. Es gelang mir nicht immer die reine Gelatine von der gegerbten abzusondern.

Ist die Zahl der Spaltöffnungen unter der Kammer festgestellt, kann man das Volumen der Luft, die durch eine Spaltöffnung durchgeht, leicht berechnen.

Nach N. Lubynskij (5) wird das Volumen der Luft mit dem Volumen der Wassersäule in der horizontalen Lage des Porometers, das durch die Anzahl der Sekunden dividiert wird, gemessen, wobei die Wassersäule bei der Berechnung durch die Lage des Meniscus an ihrem Anfang und Ende begrenzt wird.

Das Ergebnis wird auf die Zahl der Spaltöffnungen unter der Kammer bezogen. Auf diese Weise kann man den Koeffizienten oder Index der Durchlüftung der Pflanzenblätter bestimmen.

Wir sprechen von der Durchlüftung, denn gegenwärtig ist das Porometer noch kein genauer Apparat für die Bestimmung des Öffnungsgrades der Spaltöffnungen, wie es Žemčužnikov und Vasiljev (6), Loftfield (7), Hamorak und Lubynskij (8), Kostyčev und andere gezeigt haben. Lubynskij behauptet aber in der letzten Zeit das Gegenteil; diese Ansicht wollen wir in einer anderen Abhandlung besprechen.

Als Durchlüftungskoeffizienten oder Durchlüftungs-Index der Blätter der Pflanzen werden wir das Volumen der Luft in mm^3, das durch eine Spaltöffnung pro Sekunde geht, bezeichnen.

Dieses kann man durch folgendes Beispiel klarmachen. In der Tabelle sind Durchlüftungswerte der Tabakblätter „American 572" und „Dübek 44" in der Periode der Formierung der Blütenknospen gezeigt. Der Zähler des Bruches ist der Index für die ersten und der Nenner für die zweiten. Die Kammer wurde an die untere Epidermis in der Mitte des Blattes des mittleren Ranges angeklebt.

Landwirtschaftliches Institut.
Shitomir.

Eingegangen
d. 3. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Г. Х. Молотковский. ДАН, 1934, Т. II, № 1. G. Molotkovskij. C. R. Acad. Sci. URSS, 1934, v. II, № 1. [2] В. Г. Александров и О. Г. Александрова. Научно-агроном. журнал, № 1, 1925. V. Aleksandrov u. O. Aleksandrova. Wissensch. agron. Journal, № 1, 1925. [3] В. М. Арциховский и Е. В. Арциховская. Днев. Всер. съезда бот., Л., 1918. V. Arcichovskij u E. Arcichovkaja. Tagebuch des allruss. Botanikerkongresses, Leningrad, 1918. [4] В. Я. Михайлов и А. Г. Шкулин. Химия и технология светочувствительных материалов. Москва, 1933. V. Michajlov u. A. Škulin. Die Chemie und Technologie der lichtempfindlichen Materialien. Moskou, 1933. [5] М. А. Любинский. Журнал Біо-ботан. циклу ВУАН, № 7—8, 1933. M. Lubynskij. Journal of the Bio-Botanical Division of the Ukrainian Academy of Sciences, № 7—8, 1933. [6] Е. А. Жемчужников и И. М. Васильев. Изменение вентил ции листьев различных пшениц в течение дня. Ростов н/Д, 1926. E. Žemčužnikov u. I. Vasiljev. Die Veränderung der Blattdurchlüftung verschiedener Weizen im Laufe der Tages. Rostov am Don, 1926. [7] J. V. Loftfield. Carnegie Inst. Washington, Publ. 314, 1921. [8] N. Hamorak u. M. Lubynskij. Planta (Berlin), 9, 689, 1930.

И. А. КОЛОМИЕЦ

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРИОДОВ ПОЛИВА И ЗАСУХИ ПО СТАДИЯМ РАЗВИТИЯ РАСТЕНИЙ КАК МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ УРОЖАЕМ

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 28 IX 1934*)

В опытах 1933 г. нами было выявлено как сильно меняется чувствительность пшеницы к почвенной засухе в разные фазы роста растений. С одной стороны, воздействие глубокой почвенной засухи в период за 5—7 дней до колошения растений приводило к наибольшему снижению количества и веса зерна („критический период"), с другой стороны, при воздействии в фазу кущения урожай не снижается, а у некоторых сортов (как например, у сорта 0841) выявилась тенденция даже к повышению.

В развитие этих исследований летом 1934 г. по заданию и под руководством акад. А. А. Рихтера был поставлен опыт с двумя сортами яровой пшеницы с целью выяснения влияния различной влажности почвы и разной глубины почвенной засухи в разные фазы роста растений на рост и развитие их, на энергию фотосинтеза и количество хлорофилла в листьях, на процессы накопления сухого вещества, на анатомо-гистологическое строение отдельных органов растений и на качество (химический состав) зерна.*

Опыт проводился вегетационным методом в Ботаническом институте ВУАН (Киев). Растения выращивались в металлических сосудах, вмещающих по 10750 г сухой земли. Почва — супесчаная, имела полную влагоемкость 40. В каждый сосуд вносилось удобрение в количестве половинной нормы смеси Гельригеля. Полив производился верхний (через пористые глиняные горшечки, вставленные в средину сосуда) и нижний (через стеклянные трубки). Суть опыта сводилась к тому, что растения выращивались при постоянных влажностях в 90, 70, 65 и 50% от полной влагоемкости почвы и подвергались почвенной засухе приостановкой полива: a) в серии с 90% влажности — в фазу кущения (начали завядать за 5 дней до начала стеблевания) и фазу перед колошением (начали завядать за 6 дней у сорта 0841 и за 12 дней у сорта 010 до колошения); b) в серии с 65% влажности — в (I) фазу кущения, (II) стеблевания (2 дня после стеблевания и 22 дня до колошения), (III) перед колошением, (IV) колошения и (V) молочной спелости. Засуха создавалась глубокая и не глубокая. При глубокой засухе влажность почвы доводилась до 3.75 — 4.0% от абсолютно сухой почвы (или 9.32—9.60% от полной влагоемкости). Растения в завядшем состоянии находились 4 дней при средней температуре в дневные часы 22+23° С и при среднем дефиците влажности воздуха в те же часы 11.0—12.0. При неглубокой засухе влажность почвы доводилась до 5.36—5.5% с выдерживанием в завядшем состоянии 8 дней.

Результаты опыта

1. У растений, выращиваемых при 65 и 50% влажности почвы, в фазу стеблевания их стало заметно замедление роста (по сравнению

* Результаты исследований анатомо-гистологического строения органов и качества зерна сообщены будут особо.

с другими), сопровождавшееся постепенным желтением листьев; к моменту колошения эти растения у сорта 010 совсем погибли, а у сорта 0841 находились в более угнетенном состоянии, чем растения при 70 и 90% влажности. Ко времени созревания зерна наиболее мощный вид и наиболее высокие стебли имели растения: у сорта 0841 при 70% влажности почвы (78 см), а у сорта 010 при 90% (85 см).

Особенно характерные явления в отношении роста получились при воздействии почвенной засухи. Подверженные во время кущения (I) неглубокой засухе опытные растения гораздо лучше потом развивались сравнительно с контрольными (см. фигуру). Так у сорта 0841 растения, выращиваемые при 90% влажности почвы, после воздействия засухи в период кущения имели более мощное развитие и в результате имели более высокий рост (79 см), чем контрольные при 90% (70 см).

Состояние растений сорта 0841 перед уборкой урожая. К — контроль; 90% — процент влажности почвы от полной влагоемкости; В — неглубокая засуха; А — глубокая засуха; I — во время кущения; III — перед колошением.

The condition of the plants of variety 0841 before harvesting. К — control, 90% — percentage of soil moisture relative to full moisture capacity; В — shallow drought, А — deep drought; I — during the tillering stage; III — prior to the earing stage.

Подобное явление наблюдается и с растениями, выращиваемыми при 65%, — подверженные такой же засухе были гораздо мощнее и выше (62 см) контрольных (58 см). У сорта 010 картина еще более резкая: в то время как контрольные при 65% влажности совсем погибли до колошения, растения, подвергавшиеся неглубокой (или глубокой) засухе во время кущения (или стеблевания), развивались почти нормально, выколосились и дали урожай зерна, превышающий контроль при 90%.

Глубокая засуха во время кущения приводила к угнетенному росту главных стеблей (53 см) и к увеличению количества и высоты вторичных стеблей (65 см).

После действия засухи в период перед колошением (III) рост стеблей или сильно угнетался (в случае не глубокой засухи), или совсем приостанавливался (в случае действия глубокой засухи).

2. У большинства вариантов опыта растения имели одинаковую длину вегетационного периода. Существенное отступление выявилось, главным образом, у растений, подвергавшихся глубокой засухе во время кущения или стеблевания: действие ее приводило к более ускоренному (на 2—3 дня) колошению главных стеблей и к такому же ускоренному созреванию зерен у них, но вторичные стебли при этом запаздывали в развитии, и созревание зерна (восковая спелость) наступало на 8—12 дней позже, чем у контрольных растений.

Воздействие засухи во время молочной спелости приводило к несколько ускоренному созреванию зерна (восковая спелость наступала на 2—3 дня раньше контрольных).

3. Определение количества хлорофилла в листьях проводилось перед колошением (10 VII), во время колошения растений (17 VII), налива зерна (22 VII) и в период молочной спелости (30 VII). Полученные данные показывают, что растения, выращиваемые при 90% влажности почвы, имели в листьях хлорофилла больше, чем при 70%, и гораздо больше, чем при 65%, и что по прошествии 6 дней и дальше после воздействия засухи в фазу кущения растения все время имели большее содержание хлорофилла, чем контрольные: аналогичная картина получалась и после воздействия засухи в фазу стеблевания растений. В случае воздействия засухи перед колошением наблюдалось обратное: количество хлорофилла не увеличивалось, а уменьшалось.

4. Исследование энергии фотосинтеза производилось с прибором Ордояна во время стеблевания и колошения растений. Объектами служили листья растений, подвергавшихся засухе неглубокой во время кущения, и листья контрольных растений. Со времени действия засухи на подопытные растения к моменту определения энергии фотосинтеза у них прошло от 17 до 30 дней нормального водоснабжения. Данные этих исследований показывают, что у подопытных растений, т. е. у растений подвергавшихся во время кущения неглубокой засухе, энергия фотосинтеза гораздо выше, чем у контрольных; особенно резкая разница наблюдается в дневные часы при более напряженных условиях внешней среды.

5. Особенно резко отразились искусственно создаваемые условия среды на продуктивности растений. При нормальном постоянном водоснабжении наибольший урожай зерна растения сорта 0841 дали при 70% влажности почвы, гораздо меньше при 90%, еще меньше при 65% и совсем низкий при 50%; растения сорта более влаголюбивого 010, выращиваемые при 65 и 50% влажности почвы, совсем зерна не дали, так как погибли еще до колошения, при 70% дали ничтожный урожай и сравнительно низкий, но гораздо выше чем при 70%, дали урожай растения, выращиваемые все время при 90% влажности.

При воздействии же временной засухи картина еще более характерна. Растения сорта 0841, выращиваемые при 90% влажности почвы, но подвергавшиеся неглубокой засухе во время кущения, дали гораздо больший (на 80%) урожай сухой массы зерна, чем контрольные; выращиваемые при 65% влажности и подвергавшиеся той же засухе во время кущения увеличили урожай зерна против контроля на 57%, а от воздействия в фазу стеблевания увеличили на 74%, и как в том так и в другом случае выше не только от своего контроля (при 65%), но и контроля при 90%. Такая же засуха, но действовавшая на растения в фазу перед колошением, привела не к увеличению, а к уменьшению урожая зерна.

Аналогичная картина получилась и с сортом *hordeiforme* 010, с той только разницей, что контрольные растения этого сорта при 65% совсем погибли, а подвергавшиеся засухе во время кущения и стеблевания дали урожай зерна, не уступающий контрольным растениям при 90% влажности почвы.

Воздействие глубокой засухой перед колошением приводит к снижению урожая до нуля, во время стеблевания приводит также к снижению, но менее значительному, а во время кущения приводит к значительному повышению по сравнению с контролем, но это повышение идет за счет продукции со стороны увеличившегося количества вторичных стеблей, которые, как уже указывали, сильно запаздывают в развитии и затягивают вегетационный период.

Все это показывает, что растения пшеницы после воздействия неглубокой засухой в фазу кущения и начала стеблевания приобретают характерные положительные свойства: становятся более устойчивыми как к иссушающему действию атмосферы, так и к чрезмерному увлажнению почвы, содержат в листьях больше хлорофилла, имеют большую энергию фотосинтеза, дают более высокий урожай зерна и становятся более устойчивыми от повторного действия глубокой почвенной засухи в „критический период" (перед колошением).

Таким образом, возможно утверждать, что закономерное распределение поливов и периодов засухи в связи со стадийностью развития растений может дать в руки растениевода могучее средство к стабилизации и повышению урожайности наших хлебов.

Работа проведена в качестве плановой Лаборатории биохимии и физиологии растений Академии Наук СССР.

В заключение пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность акад. А. А. Рихтеру за внимательное руководство данной работой.

Лаборатория биохимии
и физиологии растений Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
28 IX 1934.

PLANT PHYSIOLOGY

SCHEDULING THE DATES OF WATERING AND DROUGHT IN ACCORDANCE WITH THE STAGES OF PLANT GROWTH AS A MEANS OF CONTROLLING THE YIELD

By S. KOLOMIEC

(*Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 28. IX. 1934*)

In our experiments of 1933 we showed how considerably changes the sensitiveness of wheat to soil drought in the different phases of its growth. On the one hand, a deep soil drought 5 to 7 days before the earing stage led to the greatest decrease in the quantity and weight of the grain ('the critical period'), while, on the other hand, its occurrence in the tillering stage did not lower the yield and, as regards certain varieties (for instance, variety 0841), even tended to increase the yield.

These investigations were furthered in summer of 1934, at the suggestion of Academician A. Richter and under his guidance, by an experiment with two spring wheat varieties, for the purpose of determining the influence of soil moisture and different depth of soil drought in the different stages of growth on the growth and development of the plants, on the energy of photosynthesis, and the quantity of chlorophyll in the leaves, on the processes of accumulation of dry matter, on the anatomo-histologic structure of the different plant organs, and on the quality (chemical composition) of the grain.

* The results of investigations of the anatomo-histologic structure of the organs and the quality of the grain will be published elewhere.

The experiment was carried out by the vegetative method in the Botanical Institute of the All-Ukrainian Academy of Sciences (Kiev). The plants were cultivated in metal vessels containing 10750 grams of dry soil (sandy loam) with a full moisture capacity of 40. There was added to each vessel a quantity of fertilizer equal to half the norm of Helrigel's mixture. Watering was effected in two manners: upper watering (through porous earthenware pots embedded in the middle of the vessel) and lower watering (through glass tubes). The idea of the experiment consisted in cultivating the plants at a constant moisture of 90, 70, 65, and 60 per cent of the full moisture capacity of the soil and then subjecting them to soil drought by a cessation of watering: a) in the 90 per cent moisture series — in the tillering stage (wilting began 5 days prior to the commencement of the shooting stage) and in the pre-earing stage (wilting of variety 0841 began 6 days prior to the earing stage and of variety 010 12 days prior to that stage); b) in the 65 per cent moisture series — in (I) the tillering stage, (II) the shooting stage (2 days after shooting and 22 before earing), (III) before earing, (IV) the earing stage, and (V) the milk ripe stage. There were deep and shallow droughts. In deep droughts, the soil moisture was brought to 3.75—4.0 per cent of the absolutely dry soil (or 9.32 to 9.60 per cent of full moisture capacity) and the plants were kept in a wilted state for 14 days at an average temperature of + 22 + 23° C in the day time with an average moisture deficit of the air at this time of 11.0 to 12.0. In shallow droughts, the soil moisture was brought to 5.36—5.5 per cent, and the plants were kept in a wilted state for 8 days.

Results of the Experiment

1. During the shooting stage of plants cultivated at 65 and 50 per cent of soil moisture there was observed a decrease in the rate of growth (as compared with others), accompanied by a gradual yellowing of the leaves; by the time of earing these plants of variety 010 had completely perished, and those of variety 0841 were in a more depressed condition than the plants cultivated at 70 and 90 per cent of soil moisture. In the ripening stage the most vigorous appearance and highest straw was to be observed in plants of variety 0841 at 70 per cent of soil moisture (78 cm) and of variety 010 at 90 per cent (85 cm).

The phenomena of growth under the influence of soil drought were most characteristic. Experimental plants, subjected during the tillering stage (I) to a shallow drought, showed later in comparison with control plants better development (see Figure, p. 332). So, for instance, plants of variety 0841 cultivated at 90 per cent soil moisture showed, after undergoing a drought in the tillering stage, a more vigorous development and a longer straw (79 cm) than the control plants at 90 per cent (70 cm).

The same phenomenon was observed wilh regard to plants cultivated at 65 per cent; plants subjected to a similar drought were much more vigorous and higher (62 cm) than the control ones (58 cm). The difference in variety 010 is still more marked: while the control plants at 65 per cent perished completely before the earing stage, the experimental plants subjected to a shallow (or deep) drought during the tillering (or shooting) stage developed almost normally, eared, and gave a grain yield exceeding that of control plants at 90 per cent.

A deep drought during the tillering stage led to a stunted growth of the main stems (53 cm) and to an increase in the quantity and height of the secondary stems (65 cm).

Under the influence of drought in the period preceding the earing stage (III), stem growth was either considerably stunted (in the case of a shallow drought), or ceased entirely (in the case of a deep drought).

2. In the majority of the variants of this experiment the plants had the same duration of the vegetative period. A noticeable deviation was observed mainly in the cases of plants subjected to deep drought in the tillering or shooting stage; its effect led to an earlier (by 2 to 3 days) onset of the earing of the main stems, and to an earlier ripening, but the secondary stems were at the same time retarded in their development, and the ripening of the grain (yellow ripeness) occurred 8 to 12 days later than in the control plants).

Drought in the milk ripe stage led to a somewhat earlier ripening of the grain (yellow ripeness occurred 2 to 3 days earlier than in the control plants)

3. The determination of the chlorophyll content in the leaves was made prior to the earing stage (July 10), during the earing stage (July 17), during the development of the grain (July 22), and during the milk ripe stage (July 30). The data obtained show that plants cultivated at 90 per cent soil moisture had a higher chlorophyll content in their leaves than those cultivated at 70 per cent and much higher than those at 65 per cent, and that 6 days and more after drought in the tillering stage the plants had continously a greater chlorophyll content than the control ones: the same was to be observed after drought in the shooting stage. But if the drought occurred before the earing stage, the inverse was to be observed: the chlorophyll content did not increase, it decreased.

4. Investigations of the energy of photosynthesis were carried out with the Ordojan appliance during the shooting and earing stages. The material consisted of the leaves of plants that had been subjected to a shallow drought during the tillering stage and of those of control plants. From the time that the experimental plants underwent drought and to the date of the determination of the photosynthetic energy, they were treated to from 17 to 30 days of normal watering. The results of these investigations show that the photosynthetic energy of experimental plants, i. e. of plants subjected to shallow drought during the tillering stage, was much higher than that of control plants; an especially marked difference is to be observed in daytime, when the environmental conditions are intensified.

5. The productivity of the plants responded most markedly to artificially created environmental conditions. Under conditions of a normal and constant water supply the highest yield of grain was given by those plants of variety 0841 which were cultivated at 70 per cent soil moisture, much less was the yield of plants at 90 per cent, still less that of plants at 65 per cent, and the yield of those at 50 per cent was quite low; the plants of the more water-loving variety 010 cultivated at 65 and 50 per cent soil moisture produced hardly any grain at all, as they perished before the earing stage, those cultivated at 70 per cent gave an insignificant yield, while those cultivated all the time at 90 per cent soil moisture gave a relatively low yield, but still a much higher one than those cultivated at 70 per cent soil moisture.

A still more characteristic picture is obtained under the action of a temporary drought. Plants of variety 0841 cultivated at 90 per cent soil moisture but subjected to a shallow drought during the tillering stage, gave a much greater (by 80 per cent) yield of grain in dry weight than the control plants; those cultivated at 65 per cent moisture and subjected to the same drought during the tillering stage increased the grain yield as compared to the control plants by 57 per cent, and subjected to the drought in the shooting stage increased the yield by 74 per cent; in both cases they showed a yield not only higher than that of their control plants but also than that of the control plants cultivated at 90 per cent moisture. The same drought but occurring during the stage prior to earing led to a decrease in the grain yield, instead of an increase.

The same was observed with regard to variety *hordeiforme* 010 with the only difference that the control plants of this variety cultivated at 65 per cent soil moisture perished entirely, and those subjected to drought during the tillering and shooting stages gave a grain yield equal to that of the control plants at 90 per cent soil moisture.

A deep drought before the earing stage leads to a lowering of the yield down to 0; if it occurs during the shooting stage, it leads to a less considerable lowering of the yield, while occurring in the tillering stage it leads to a considerable increase as compared with the control plants, but this increased yield is accounted for by an increase in the quantity of secondary stems, whose development, as has already been indicated, is considerably retarded and extends the vegetative period.

All this shows that if wheat plants are subjected to a shallow drought in the tillering stage and the beginning of the shooting stage, they acquire positive characters: they become more resistant both to the desiccating action of the atmosphere and the excessive moistening of the soil, contain a larger quantity of chlorophyll in their leaves, have a greater energy of photosynthesis, give a higher grain yield, and become more resistant if they are repeatedly subjected to a deep soil drought in the 'critical period' (before the earing stage).

It is, therefore, possible to affirm that a regular scheduling of watering and drought periods in accordance with the stages of plant growth can become in the hands of the agricultural engineer an effective means of stabilizing and raising the yield of our cereals.

This work was carried out in the Laboratory of Biochemistry and Plant Physiology of the Academy of Sciences as part of its planned work.

In conclusion I wish to express my deep gratitude to A. Richter, Member of the Academy, for his guidance and attention to this work.

Laboratory of Biochemistry
and Plant Physiology,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
28. IX. 1934.

ГЕНЕТИКА

А. А. ВАЩЕНКО

НАСЛЕДОВАНИЕ ОПУШЕНИЯ ЧЕШУЙ И ЧЕРНОЙ ОКРАСКИ КОЛОСА У ТВЕРДЫХ ПШЕНИЦ *TRITICUM DURUM* DESF.

(*Представлено академиком А. А. Рихтером 4 VIII 1934*)

Среди местных твердых пшениц Украины можно наблюдать два типа опушения чешуй: 1) опушение густо расположенными, довольно длинными волосками всей поверхности чешуи, особо сильно выраженное по ее краям и придающее ей мохнатый вид и 2) опушение менее густое и более короткими волосками, причем нижняя часть чешуи местами бывает совершенно голая; чешуя мохнатого вида не имеет.

Обозначая первый тип опушения как сильное, а второй — слабое, заметим, что сильное опушение обычно свойственно разновидностям *melanopus*, *apulicum*, *africanum* и *niloticum*, т. е. характеризующимся белой или красной окраской колоса, а слабое — разновидностям *coerulescens* и *libycum*, т. е. отличающимся черным колосом.

Просмотрев в течение ряда лет селекционной работы в восточной степи Украины довольно большое количество колосьев перечисленных форм, мы ни разу не встретили среди местного материала черноколосых *durum* с сильным опушением и обратно — белоколосых и красноколосых форм этого вида со слабым опушением. Уже исходя из этого факта, можно было притти к заключению, что черная окраска колоса местных твердых пшениц связана со слабым опушением.

Гибридологический анализ некоторых скрещиваний, проделанных нами в процессе селекционной работы, подтвердил это заключение.

В настоящей работе мы остановимся на рассмотрении данных, полученных в результате указанных скрещиваний.

Скрещивание № 51^{25} ♀ *Tr. durum* v. *coerulescens* № 0939 × ♂ *Tr. durum* v. *melanopus* № 037.

Материнская форма этого скрещивания отличалась черным колосом и слабым опушением, отцовская — белым или, вернее, красноватым колосом и сильным опушением. Скрещивание произведено в 1925 г. на Днепропетровской областной сельскохозяйственной опытной станции.

В F_1, выращенном в 1926 г., получены черные колосья с сильным опушением, т. е. доминировали черная окраска и сильное опушение.

В F_2, выращенном в 1927 г., в результате расщепления было получено всего 3 фенотипа: 1) колосья черные со слабым опушением, 2) колосья черные с сильным опушением и 3) колос белый с сильным опушением. Соотношение между этими фенотипами характеризовалось следующими данными (см. табл. 1).

Таблица 1

Фенотип	Число случаев		Отношение
	Наблюдаемое	Теоретическое	
1. Чешуи черные, опушение слабое . . .	31	31.5 ± 4.86	1
2. Чешуи черные, опушение сильное . . .	59	63.0 ± 5.61	2
3. Чешуи белые, опушение сильное . . .	36	31.5 ± 4.86	1

Иными словами, в полученном нами расщеплении мы наблюдали обычное моногибридное отношение 1:2:1 с хорошим совпадением действительных чисел с ожидаемыми, причем в данном случае черная окраска колоса и слабое опушение наследовались как один признак.

Рассматривая в нашем скрещивании каждую пару признаков отдельно, мы имеем следующие соотношения между этими признаками (см. табл. 2).

Таблица 2

Изучаемые признаки	Число случаев		Отношение
	Наблюдаемое	Теоретическое	
Колосья черные	90	94.5 ± 4.86	3
„ белые	36	31.5 ± 4.86	1
Опушение сильное	95	94.5 ± 4.86	3
„ слабое	31	31.5 ± 4.86	1

Отсюда следует, что как по окраске колоса, так и по характеру опушения чешуй расщепление произошло в моногибридном отношении 3:1.

В F_3, выращенном в 1928 г., все растения с черными колосьями и слабым опушением, а также все растения с белыми колосьями и сильным опушением дали константное потомство, подобное родительским формам. Растения же с черной окраской колоса и сильным опушением оказались все без исключения гетерозиготными, как и в F_2. Полученные при этом данные расщепления представлены в табл. 3 и 4.

В рассмотренном нами скрещивании черная окраска колоса и слабое опушение оказались как бы неразрывно связанными друг с другом, на основании чего можно было предполагать, что развитие обоих этих признаков обусловливается одним плейотропно действующим геном.

Подобная неразрывная связь между черной окраской колоса и сильным опушением установлена была Вавиловым и Якушкиной (1) для персидской пшеницы *Tr. persicum* Vav. Точно так же, по Каянусу, ген темнобурого окрашивания пшениц обусловливает и слабое опушение.

Для того, чтобы окончательно убедиться в том, действительно ли черная окраска колоса и слабое опушение чешуй *Tr. durum* зависят от одного гена, или же развитие этих признаков обусловливается двумя генами, сцепленными друг с другом, нами было проанализировано скрещивание № 35^{30} ♀ *Tr. durum* v. *affine* № 0769 × ♂ *Tr. durum* v. *coerulescens* № 0939.

Скрещивание это произведено нами на бывшей Днепропетровской опытной станции в 1930 г., первое и второе поколения выращены на Артемовской зональной опытной станции в 1931 и в 1932 г. соответственно.

Материнская форма имела колос белый с голыми чешуями, отцовская — колос черный со слабым опушением чешуй.

В F_1 доминировали черная окраска и слабое опушение.

Таблица 3

Расщепление в F_3 гетерозиготной группы по фенотипам

Фенотипы	Число случаев	
	Наблюдаемое	Теоретическое
Чешуи черные, опушение слабое	146	151.25 ± 10.65
Чешуи черные, опушение сильное	299	302.50 ± 12 30
Чешуи белые, опушение сильное.	160	151.25 ± 10.65

Таблица 4

Расщепление в F_3 по отдельным парам признаков

Изучаемый признак	Число случаев		Отношение
	Наблюдаемое	Теоретическое	
Колосья черные	445	453.75 ± 10.65	3
„ белые	160	151.25 ± 10.65	1
Опушение сильное.	459	453.75 ± 10.65	3
„ слабое	146	151.25 ± 10.65	1

В F_2 произошло расщепление на 4 фенотипа, соотношение между которыми представлено в табл. 5.

Таблица 5

Фенотип	Чешуи черные, слабо опушенные	Чешуи белые, слабо опушенные	Чешуи черные, голые	Чешуи белые, голые	Всего
Наблюдаемое число случаев.	291	4	2	92	389
Соотношение	0.748072	0.010283	0.003141	0.236504	1.000000

Таким образом, хотя подавляющее большинство растений F_2 и оказалось подобным родительским формам (74.81% и 23.65%), но все же известный процент их пришелся и на долю новых комбинаций. Полученные результаты показывают, что черная окраска колоса и слабое опушение обусловливаются, повидимому, не одним, а двумя сцепленными между собой генами при небольшом проценте перекреста между ними. На основании данных расщепления в F_2 процент перекреста между геном слабого опушения и геном черной окраски $= 200\,(0.5 = \sqrt{0.236504}) = 2.4\%$.

Существование в естественных условиях голых черноколосых разновидностей твердой пшеницы (v. *provinciale*, v. *obscurum*), найденных,

между прочим, в небольших количествах в Шахтинском округе Гребенниковым (2), а также наличие, хотя и незначительное, среди v. *melanopus* этого же округа форм со слабым опушением, также говорят о том, что черная окраска колоса *Tr. durum* и слабое опушение зависят от двух разных генов.

Расщепление в каждой отдельной паре признаков рассмотренного скрещивания представлено в табл. 6.

Таблица 6

Изучаемый признак	Число случаев		Отношение
	Наблюдаемое	Теоретическое	
Колосья черные	293	291.75 ± 8.69	3
„ белые	96	97.25 ± 8.69	1
Опушение слабое	295	291.75 ± 8.69	3
„ отсутствует	94	97.25 ± 8.69	1

Т. е. и по окраске колоса и по опушению расщепление произошло в отношении 3 : 1.

Наконец в скрещивании № 30^{30} ♀ *Tr. durum* v. *melanopus* № 0886 × × ♂ *Tr. durum* v. *affine* № 0769 изучено было отдельно наследование сильного опушения. В этом скрещивании сильным опушением отличалась материнская форма v. *melanopus* № 0886, а отсутствием опушения отцовская форма v. *affine* № 0769.

В первом поколении этого скрещивания наблюдалось слабое опушение, т. е. здесь имело место неполное доминирование. Во втором же поколении произошло расщепление на растения с колосьями сильно опушенными, слабо опушенными (гетерозигота) и голыми. Однако провести определенную границу между колосьями сильно опушенными и слабо опушенными не представлялось возможным, и потому они были объединены в одну группу — опушенных. Данные расщепления представлены в табл. 7.

Таблица 7

Фенотип	Число случаев		Отношение
	Наблюдаемое	Теоретическое	
Чешуи опушенные	273	258.75 ± 8.84	3
„ голые	72	86.25 ± 8.04	1

Т. е. расщепление здесь также произошло в многогибридном отношении 3 : 1.

Анализ произведенных нами скрещиваний твердых пшениц позволяет сделать следующие выводы:

1) опушение колосковых чешуй твердых пшениц (*Tr. durum*) зависит от двух генов, один из которых обусловливает развитие сильного

опушения, свойственного обычно белоколосым и красноколосым формам, а другой — развитие слабого опушения, наблюдаемого у черноколосых форм.

2) В первом поколении сильное опушение доминирует над слабым, а слабое — над отсутствием опушения; в скрещивании же сильно опушенных форм с голыми наблюдается неполное доминирование, выражающееся в слабом опушении колосковых чешуй растений первого поколения.

3) Черная окраска колоса зависит от наличия одного гена.

4) Между геном слабого опушения твердых пшениц и геном черной окраски существует сильное сцепление. Процент перекреста между этими генами равняется 2.4.

В заключение остановимся на следующем. В условиях Восточной степи Украины местные черноколосые формы твердых пшениц оказываются обычно менее продуктивными по сравнению с другими разновидностями: *melanopus*, *apulicum*, *affine* и проч.

По крайней мере в процессе селекционной работы ни одной продуктивной линии v. *coerulescens* или *libycum* нами выделено не было; не были они получены и в смежных областях (Одесса, Харьков, Ростов).

Это обстоятельство создает впечатление, что с черной окраской колоса твердой пшеницы в степных условиях связывается меньшая продуктивность. Для проверки этого предположения в F_2 первого нашего скрещивания: v. *melanopus* № 037 × v. *coerulescens* № 0939 в 1928 г. в расщепившейся группе растений этого поколения были определены: вес зерна с одного колоса, абсолютный вес зерна и число неразвитых колосков в колосе отдельно для каждого фенотипа. Полученные данные представлены в табл. 8.

Таблица 8

Фенотип	Число неразвитых колосков	Вес зерна с одного колоса	Абсолютный вес
Колосья белые, опушение сильное (гомозигота)	1.16	1.09	34.4
Колосья черные, опушение сильное (гетерозигота).	1.21	1.14	36.9
Колосья черные, опушение слабое (гомозигота)	1.45	0.99	31.2

Эти данные говорят о том, что по всем перечисленным в приведенной таблице признакам гомозиготная форма, отличающаяся черной окраской колоса и слабым опушением, т. е. подобная родительской v. *coerulescens*, отличается худшими показателями, и, следовательно, связь разновидностных признаков v. *coerulescens* (черная окраска, слабое опушение) с меньшей продуктивностью в условиях степи весьма вероятна.

Артемовская зональная опытная станция
(Донецкая область).

Поступило
4 VIII 1934.

GENETICS

INHERITANCE OF GLUME PUBESCENCE AND OF THE BLACK COLOUR OF THE EAR IN DURUM WHEAT

By A. VACENKO

(Communicated by A. Richter, Member of the Academy, 4. VIII. 1934)

SUMMARY

In studying some crosses of spring durum wheat, which were made by the author at Dnepropetrovsk and at Artemovsk Experimental Stations, it has been found that:

1) Glume pubescence depends on two genes; one of them causes the development of a strong pubescence peculiar to varieties with white or red ears, and the other produces a slight pubescence peculiar to forms with black ears.

2) Strong pubescence is dominant over the slight one, and the latter is dominant over the absence of pubescence; in crosses of strongly pubescent forms with glabrous ones, incomplete dominance is observed.

3) The black colour of the ear depends on one genetic factor.

4) The slight pubescence gene is linked with the gene for the black colour of the ear; the percentage of crossing over between these genes is about 2.4%.

5) A slight pubescence and the black colour of the ear of durum wheat, in the conditions of the eastern steppe of the Ukraine, would seem to be linked with a lesser productivity of the forms distinguished by these characters.

Received
4. VIII. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] Ю. А. Филипченко. Частная генетика. Ч. I. [2] П. Е. Гребенников. Материалы по изучению ботанического состава яровых пшениц шахтинского округа. Новочеркасск, 1919.

ЗООЛОГИЯ

А. Н. СВЕТОВИДОВ

О ГЕОГРАФИЧЕСКОЙ ИЗМЕНЧИВОСТИ ПЫЖЬЯНА (*COREGONUS LAVARETUS PIDSCHIAN*)

(*Представлено академиком С. А. Зерновым 13 IX 1934*)

В группе европейских сигов *Coregonus lavaretus*, имеющей сравнительно небольшой ареал распространения, в настоящее время выделено громадное (свыше 100) количество самостоятельных форм (1). Группа соответствующих сибирских сигов-пыжьянов (*Coregonus lavaretus pidschian*) на протяжении всего своего огромного, по сравнению с европейскими

сигами, ареала распространения представлена лишь следующими формами (2):

1) *Cor. lav. pidschian* (Gmel.) Входит в реки Северного Ледовитого океана от Нордкапа до Колымы и далее до Анадыря.
2) „ „ „ n. *bergiellus* Svetovidov. Входит в р. Кару.
3) „ „ „ n. *anaulorum* Kaganowsky. Р. Анадырь (проходной?).
4) „ „ „ n. *fluviatilis* Issatschenko. Верхнее и среднее течение р. Енисея.
5) „ „ „ n. *jucagiricus* Drjagin. Р. Колыма.
6) „ „ „ n. *bargusini* Krogius. Оз. Байкал, входит в р. Баргузин.
7) „ „ „ n. *smitti* Warpachowsky. Телецкое оз. (бассейн р. Оби).
8) „ „ „ n. *mokschegor* Ostroumov. Оз. Кета (бассейн р. Пясины).

Первые 3 формы являются проходными, *Cor. lav. pidschian* n. *fluviatilis* исключительно речной, *Cor. lav. pidschiun* r. *jucagiricus* озерно-речной и 3 последние живут в озерах. Из всех этих форм обращает на себя внимание проходный *Cor. lav. pidschian* (Gmel.), на огромном протяжении от Нордкапа до Колымы и далее до Анадыря представленный во всех реках, за исключением Кары, одной формой. Небольшое количество самостоятельных форм в группе ледовитоморских сигов обусловлено не его меньшей изменчивостью, а значительно меньшей степенью изученности его, по сравнению с европейскими сигами. При сопоставлении количеств жаберных тычинок на 1-й жаберной дуге у проходного *Coregonus lavaretus pidschian* из главнейших ледовитоморских рек по нашим (р. Кара, р. Обь) и имеющимся в литературе (3) данным, можно заметить, что эта форма не является однородной, так как количества тычинок у сигов из этих рек не одинаково и, кроме того, уменьшается по направлению с запада на восток, что можно видеть из нижеследующего:

Печора	20—25
Кара	20—29
Обь	19—25
Енисей	18—21
Лена	16—21

Так как различия эти могли быть обусловлены не только различиями между сигами из этих рек, но и неодинаковыми методами исследования различных исследователей, что иногда имеет место (3), то ниже представлены результаты наших просчетов* количества жаберных тычинок на 1-й жаберной дуге, а также количество прободенных чешуй в боковой линии и разветвленных лучей в анальном плавнике у проходных сигов из этих рек.

Таким образом, проходные сиги из главнейших ледовитоморских рек имеют отличия друг от друга в таких важных систематических признаках, как количества жаберных тычинок на 1-й дуге, чешуй в боковой линии и разветвленных лучей в анальном плавнике, причем отличия эти

* По экземплярам, хранящимся в Зоологическом институте Академии Наук СССР и в Ихтиологическом кабинете Московского института рыбной промышленности. Данные по сигам из р. Лены взяты из работы Н. Сыч-Аверинцевой (3).

Названия рек Names of rivers	Количество жаберных тычинок Number of gill-rakers			Количество чешуй в боковой линии Number of scales in the lateral line			Количество разветвленных лучей в *A* Number of branched rays in *A*		
	Пределы колебаний Range of variation	Среднее Average	Количество рыб Number of fishes examined	Пределы колебаний Range of variation	Среднее Average	Количество рыб Number of fishes examined	Пределы колебаний Range of variation	Среднее Average	Количество рыб Number of fishes examined
Печора—Pechora.	21—25	22.87	15	83—95	88.59	17	12—14	13.11	18
Кара—Kara . . .	20—29	23.48	139	77—90	83.88	139	11—14	12 72	139
Обь—Ob .	19—25	22.41	27	73—89	82.87	23	11—14	12.86	21
Енисей—Yenisei .	18—22	20.25	8	74—83	78.75	8	11—14	12.61	8
Лена—Lena . . .	16—21	18.18	80	70—89	77.01	49	9—13	11.73	49

не случайны, а имеют закономерный характер,* уменьшаясь по направлению с запада на восток, в особенности в количестве чешуй боковой линии. При исследовании каждой из этих форм более детально и на большем материале, различия между ними несомненно будут найдены и в пластических признаках. Кроме того, неодинаковый темп роста и разный возраст наступления половой зрелости, являющиеся в сущности не менее важными систематическими признаками, для сигов из некоторых рек известны уже и сейчас. Так например, карский сиг растет медленнее и достигает половой зрелости на 1 год позднее, чем обский сиг, а ленский сиг обладает еще более медленным ростом, достигая половой зрелости на 3—4 года позднее обского (2). Все это заставляет считать проходных сигов главнейших ледовитоморских рек самостоятельными формами-подвидами 2-го порядка (natio) от описанного впервые сига р. Оби, и, таким образом, сиги эти в настоящее время распадаются на следующие проходные формы:

1) *Cor. lavaretus pidschian* (Gmel.). Р. Обь.
2) „ „ „ n. *bergiellus* Svetovidov. Р. Кара.
3) „ „ „ n. α nova. Р. Печора.
4) „ „ „ n. β nova. Р. Енисей.
5) „ „ „ n. γ nova. Р. Лена.
6) „ „ „ *anaulorum* Kaganowsky. Р. Анадырь (проходной?).

Вместе с одной чисто речной, одной озерно-речной и тремя озерными формами в ледовитоморской группе, следовательно, насчитывается 11 форм сигов. Очевидно, меньшее количество форм в группе ледовитоморских сигов, чем в группе европейских сигов, обусловлено их меньшей изученностью, и в будущем несомненно будет выделен целый ряд новых форм.

Зоологический институт
Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
13 IX 1934.

---

* Из карельских рек Белого моря И. Ф. Правдиным (4) описан *Cor. lav. pidschianoides*, имеющий большее количество жаберных тычинок и чешуй в боковой линии, чем печорские сиги: сиги из р. Выг имеют 21—27 жаберных тычинок и 86—94 чешуи в боковой линии, сиги из р. Кемь 21—24 жаберные тычинки, сиги из р. Онеги 32—34 жаберные тычинки и 91—101 чешуя в боковой линии. Высота хвостового стебля у этих сигов больше или меньше длины нижней челюсти.

ON THE GEOGRAPHICAL VARIABILITY OF *COREGONUS LAVARETUS PIDSCHIAN*

By A. SVETOVIDOV

(*Communicated by S. Zernov, Member of the Academy, 13. IX. 1934*)

In the group of European white fishes (*Coregonus lavaretus*), which has a comparatively small range of distribution, an enormous quantity (over 100) of subspecies is distinguished at the present time (1).

The group of the Siberian pidschian (*Coregonus lavaretus pidschian*), with a very wide distribution as compared with *Coregonus lavaretus*, is represented (2) only by the following nationes (subspecies of the 2nd order) (5):

1) *Cor. lav. pidschian* (Gmel.). Enters the rivers of the North Arctic Ocean from North Cape to the Kolyma and further to the Anadyr.

2) *Cor. lav. pidschian* n. *bergiellus* Svetovidov. Enters the river Kara.

3) " " " n. *anaulorum* Kaganowsky. River Anadyr (migratory?).

4) " " " n. *fluviatilis* Issatschenko. The upper and middle part of the river Yenisei.

5) " " " n. *jucagiricus* Drjagin. River Kolyma.

6) " " " n. *bargusini* Krogius. Lake Baikal, enters the river Bargusin.

7) " " " n. *smitti* Warpachowsky. Lake Teletzki (basin of the river Ob).

8) " " " *mokschegor* Ostroumov. Lake Kheta (basin of the river Pyasina).

The first three nationes are migratory, *Cor. lav. pidschian* n. *fluviatilis* lives exclusively in rivers, *Cor. lav. pidschian* n. *jucagiricus* in lakes and rivers, and the last three live in lakes.

Of all these nationes the migratory *Cor. lav. pidschian* (Gmel.) is the most remarkable. All over the large extent from North Cape to the Kolyma and further to the Anadyr, *Cor. lav. pidschian* (Gmel.) is represented in all rivers except the Kara by the same subspecies. The small number of independent nationes in the group of *Cor. lav. pidschian* is not due to its smaller variability, but to the fact that this group is less studied as compared with *Coregonus lavaretus*.

Comparing the number of gill-rakers on the 1st gill arch of the migratory *Cor. lav. pidschian* inhabiting the main Arctic rivers, one may observe according to our data and those available in literature (3) that this subspecies is not identical, as the number of gill-rakers is varied, decreasing from West to East, which may be seen from the following:

Pechora	20—25
Kara	20—29
Ob	19—25
Yenisei	18—21
Lena	16—21

As these differences might be due not only to the differences between the specimens from these rivers, but also to the different methods of investigation (3), we give below the results of our examination * of the number of gill-rakers on the 1st gill arch, of the number of scales in the lateral

* According to the specimens preserved in the Zoological Institute of the Academy of Sciences of the USSR and in the Ichthyological Laboratory of the Moscow Institute of Fisheries. Data on the Lena pidschians are taken from the paper of Ssitsch-Awerinzewa (3).

line, and the number of branched rays in the anal fin of the migratory *Cor. lav. pids hian* of these rivers.

Thus the specimens of *Cor. lav. pidschian* (Gmel.) from the main Arctic rivers differ from one another in such systematical characters as the number of gill-rakers on the 1st arch, the number of scales in the lateral lines, and that of branched rays in the anal fin; these differences have a certain regularity, decreasing from West to East, especially as to the number of scales in the lateral line.

A more detailed investigation of a greater number of differential characters based on greater number of specimens would show undoubtedly the differences among them in the proportions of body as well. Moreover, the differences in the rate of growth and the time of the first spawning, which is also a very important differential character,* are already known for pidschians of some rivers.

For example the pidschian from the Kara grows more slowly and spawns for the first time a year later than the pidschian from the Ob, and the pidschian from the Lena grows even more slowly and spawns for the first time 3—4 years later than the pidschian from the Ob ([2]).

The above leads to the conclusion that there are independent migratory nationes (subspecies of the 2nd order) of *Cor. lav. pidschian* in the main North Arctic rivers. Thus *Cor. lav. pidschian* at the present time may be divided into the following migratory nationes:

1) *Cor lavaretus pidschian* (Gmel.). R. Ob.
2) " " " n. *bergiellus* Svetovidov. R. Kara.
3) " " " n. α nova. R. Pechora.
4) " " " n. β nova. R. Yenisei.
5) " " " n. γ nova. R. Lena.
6) " " " *anaulorum* Kaganowsky. R. Anadyr (migratory?).

Including *Cor. lav. pidschian* n. *fluviatilis* living in rivers, *Cor. lav. pidschian* n. *jucagiricus* living both in rivers and lakes, and *Cor. lav. pidschian* n. *bargusini*, n. *smitti*, and n. *mokschegor* living in lakes, there are 11 nationes of *Cor. lav. pidschian*. Further study of *Cor. lav. pidschian* from other rivers and lakes will give undoubtedly a number of new nationes.

Institute of Zoology,
Academy of Sciences of the USSR.
Leningrad.

Received
13. IX. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — REFERENCES

[1] L. Berg. Zoogeographica, I, 2, 1932, p. 107. [2] Л. Берг. Рыбы пресных вод СССР, I, 1932. L. Berg. Poiss. des eaux douces de l'URSS, I, 1932. [3] А. Световидов. Сиг рек Кары и Сибирчи (*Coregonus lavaretus pidschian* n. *bergianus*) Тр. Зоол. инст. Акад. Наук (печат.). A. Svetovidov. The White Fish of the Rivers Kara and Sibirchi (*Coregonus lavaretus pidschian* n. *bergiellus*). Trav. Inst. Zool. Acad. Sci. URSS (in press).— В. Солдатов. Рыбы реки Печоры. 1924. V. Soldatov. The Fishes of the Petchora River. 1924. — В. Исаченко Рыбы Туруханского края. 1912. V. Isatchenko. The Fishes of Turukhansk. 1912. — Н. Сыч-Аверинцева. Тр Якутск. научн. рыбохоз. ст., II, 1932, стр. 190. Ssytsch-Awerinzewa. Arb. Fischereiwirtsch. Stat. Jakutsk., II, 1932. S. 190. [4] И. Правдин. Изв. Ленингр. научно-исслед. ихтиологич. инст., XII, I, 1931, стр. 228. I. Pravdin. Bull. Inst. Ichth., XII, I, 1931, p. 228. [5] Semenov-Tian-Shansky. Die taxonomischen Grenzen der Art und ihre Unterabteilungen. Berlin, 1910.

* I. Pravdin has described *Cor. lav. pidschianoides* from some Karelian rivers of the White Sea, which have a greater number of gill-rakers and scales on the lateral line than *Cor. lav pidschian*; specimens from the river Vyg have 21—27 gill-rakers and 86—94 scales in the lateral line, specimens from the river Kem — 21—24 gill rakers, from the Onega — 32—34 gill-rakers and 91—1 1 scales in the lateral line. The depth of the caudal peduncle of these specimens is greater or smaller than the length of the lower jaw.

В. АРГАМАКОВА

НЕКОТОРЫЕ ОФИУРЫ ВОСТОЧНОГО САХАЛИНА

(*Представлено академиком С. А. Зерновым 14 IX 1934*)

Остатки ископаемых офиур принадлежат к числу очень редких находок, особенно на территории СССР.

Сохранность их обыкновенно плоха. Происходит это оттого, что скелет офиур состоит из большого числа очень мелких и нежных частей, которые для своего сохранения требуют особенно благоприятных условий. Между тем, систематика этой группы животных основана именно на характере строения скелета диска и рук. Отсюда затруднительность определения ископаемых офиур и необходимость при их обработке и изучении руководствоваться материалом и литературой как по ископаемым, так и современным формам.

Особенностью офиур является медленный и вялый темп их эволюции. В противоположность некоторым другим классам иглокожих (морским ежам, криноидеям), изменяющимся на протяжении короткого временени чрезвычайно интенсивно, — а это делает их особенно пригодными в качестве руководящих ископаемых для более дробного расчленения крупных стратиграфических подразделений на ряд мелких таксономических единиц: горизонтов, зон, — строение тела офиур, начиная с мезозоя и до настоящего времени, дифференцировалось сравнительно мало. Важнейшим моментом в истории их филогенетического развития, определившим весь ход дальнейшей их эволюции и имевшим место в палеозое, было перемещение амбулакральных пластинок их рук, расположившихся супротивно и сросшихся в один позвонок. В связи с этим развиваются более сильные, чем прежде, мускулы, амбулакральные желобки закрываются рядом пластинок, присасывательные подошвы и ампуллы амбулакральных ножек атрофируются. Характер движений современных офиур изменяется: они передвигаются прыжками при помощи двух пар рук, тогда как пятая непарная рука бывает при этом вытянута вперед или назад, и покрывают таким образом до 180 см в минуту; палеозойские же офиуроподобные формы (*Oegophiuroida*) ползали по дну наподобие морских звезд, которые двигаются гораздо медленнее — на 10, редко на 30—60 см в минуту.

Офиуры настоящего времени это крепкая и жизнеспособная группа, которая существует в очень разнообразных условиях климата и среды (глубины бассейна, свойств субстрата и т. п.), за исключением, однако, солевого режима морской воды, колебания которого с трудом или вовсе не переносятся ими. Встречаются офиуры во всех морях, как низких, так и высоких широт, и, повидимому, наиболее широко распространенные виды имеют и наибольшие батиметрические пределы.

Ничтожно малое количество русских палеонтологических работ, трактующих этот класс, является отчасти результатом этих особенностей, хотя, без сомнения, главную роль все-таки сыграла чрезвычайная редкость их находок в пределах нашей страны. На русском языке имеется короткая заметка И. Лагузена в его монографии: „Окаменелости белого мела Симбирской губернии“, где он описывает под названием *Ophiura subcylindrica* Hag. два позвонка офиуры, найденные близ с. Языкова б. Симбирской губ. и сравнивает их с верхнемеловыми офиурами о. Рюгена, описанными Гагеновым(1).

Ознакомившись с обеими статьями, я не могу не отметить очень большого сходства между строением ручных пластинок у описанных обоими авторами форм и пластинок рук современной офиуры *Ophiomusium scalare* Matsumoto; однако отсутствие диска у ископаемых форм не представляет возможности окончательно выяснить вопрос о степени родства между ними. Единственным же отличием между ископаемыми и современными особями, насколько можно судить по плохим и разрозненным остаткам, являются неодинаковые размеры их рук.

В миоценовых туфогенных отложениях западного берега Сахалина, в слоях, лежащих выше верхнедуйской свиты, А. Н. Криштофовичем были найдены остатки офиур вместе с насекомыми, растениями и проч. Эти остатки никем не описаны.

В 1933 году геолог НГРИ И. Б. Плешаков передал мне 4 штуфа с остатками офиур, найденные им в районе р. Даги на восточном склоне восточно-сахалинских гор, в верхних слоях свиты Даги, в которой он объединил б. угленосную и надугленосную свиты Сахалина. Фауна моллюсков, собранных в этих слоях, определена как верхнемиоценовая и близкая верхнемиоценовой фауне Калифорнии, где тоже были найдены остатки офиур. При обработке этих форм я неоднократно прибегала к работам и советам зоологов: Д. М. Федотова, А. М. Дьяконова, также H. L. Clark, Martensen, Matsumoto. Были определены следующие виды:

*

Ophiocten miocaenicum n. sp.

Род *Ophiocten* отличается острым дисковым краем, наличием на нем неглубоких вырезов у начала рук, мелкими чешуйками, его покрывающими, крупными первичными щитками. Новый вид, отпечатавшийся в породе брюшной стороной, характеризуется почти одинаковыми прямоугольными ротовыми сосочками, короткими округленными челюстями, очень крупными, почти квадратными оральными и узкими, длинными, неправильными адоральными щитками. Некрепкие и неширокие, довольно длинные руки покрыты поперечно-вытянутыми, прямоугольными, не соприкасающимися друг с другом щитками с приподнятым в виде крыши внутренним краем и длинными, неправильно четырехугольными, поперечными боковыми щитками, сходящимися на срединной линии с противоположным щитком. Вид этот близок тихоокеанскому *Ophiocten pacificum*, но отличается от него формою оральных и адоральных, а также и ручных щитков и строением челюстного аппарата.

Ophiocten sp.

Небольшие куски рук офиуры отпечатались со спинной стороны. Самый диск отсутствует, но уцелел его край с плоскими выемками, усаженными мелкими сосочками, которые образуют ручной гребень. Радиальные таблички невелики, снизу округлены, кверху заостряются, разделены неширокими промежутками. Четырехугольные спинные щитки дистально выпуклы и наружные их края шире вогнутых внутренних краев. Видны только узкие части боковых щитков. Прямые, острые, наклонно лежащие иглы несколько длиннее краев щитка.

Вполне возможно, что эти остатки тоже принадлежат предыдущему виду, но вполне отождествить их за отсутствием некоторых важных для определения частей я не решаюсь.

Amphiophiura aenigma n. sp.

Род *Amphiophiura* выделен японским зоологом Matsumoto из пределов чересчур широкого рода *Ophiura* s. s. Офиуры, найденные на Сахалине, представлены более или менее крупными кусками рук, толстых и мускулистых около диска, быстро суживающихся к концам. Два первых брюшных щитка очень широки, овальной формы. Следующие щитки ромбические, вытянутые в ширину; две внешние их стороны слились в одну дугу, внутренние стороны слегка вогнуты. Брюшные щитки соединяются друг с другом по всей длине руки, следовательно, боковые, лежащие на противоположных сторонах, раздельны. Очертания же их похожи на очертания брюшных щитков. Поверхность щитков выпуклая, друг от друга они отделяются глубокими щелями. Иглы короткие, толстые, цилиндрические, сидящие по три на щитке. Амбулакральные поры снабжены несколькими чешуйками. Формы эти имеют большое сходство с *Amphiophiura pomphophora* Clark при некоторых сравнительно небольших, но существенных отличиях в форме щитков.

Зоологический институт
Академии Наук СССР.
Ленинград.

Поступило
14 IX 1934.

ZOOLOGIE

ÜBER EINIGE OPHIUREN VON DER OSTKÜSTE SACHALINS

Von V. ARGAMAKOVA

(*Vorgelegt von S. Zernov, Mitglied der Akademie, d. 14. IX. 1934*)

Die Überreste von fossilen Ophiuren gehören zu den sehr seltenen Fundarten, insbesonder auf dem Gebiet der UdSSR.

Ihr Erhaltungszustand ist gewöhnlich unbefriedigend. Dieses kommt daher, dass das Ophiurenskelett aus einer grossen Anzahl von winzig kleinen und zarten Teilen besteht, deren Erhaltung in gutem Zustande besonders günstige Bedingungen erfördert. Die Systematik dieser Tiergruppe ist jedoch gerade auf der Art der Skelettbildung ihrer Scheibe und ihrer Arme gegründet. Hieraus entsteht die Schwierigkeit der Bestimmung von fossilen Ophiuren und die Notwendigkeit, sich bei ihrer Bearbeitung und Erforschung nach dem Material und der Literatur sowohl über Fossilien als auch über gegenwärtige Formen zu richten.

Eigentümlichkeit der Ophiuren besteht im langsamen und schlaffen Gange ihrer Evolution. Im Gegensatz zu einigen anderen Klassen von Stachelhäutern (Seeigel, Krinoiden), die in kurzer Zeitfrist sind als intensiv metamorphosieren — und deswegen besonders geeignet sind als leitende Fossilien bei einer feineren Zergliederung von grösseren stratigraphischen Unterabteilungen in eine reihenfolge von kleineren taxonomischen Einheiten: Horizonte, Zonen, zu dienen, hat sich der Körperbau der Ophiuren von der Mesozoe bis auf die Gegenwart verhältnismässig wenig differenziert. Als Moment von grösster Wichtigkeit in der Geschichte ihrer phylogenetischen Entwicklung, welches den ganzen Verlauf ihrer ferneren Evolution bestimmte und in der Paläozoe stattfand, erscheint das Versetzen der Tentakelschuppen ihrer Arme, die eine Gegenstellung einnahmen und sodann in einen Wirbel verwachsen sind. Infolgedessen kommt es zur Entwicklung von stärkeren Muskeln, im Vergleich zu den früheren, die Tentakelporen werden durch eine Reihe von Schuppen verdeckt, die Saugwarzen und Ampullen der Ambulakralplatten werden atrophiert. Die Bewegungsart der gegenwärtigen Ophiuren hat eine Wandlung durch-

gemacht: ihre Fortbewegung geschieht nun sprungweise mit Hilfe von zwei Paar Armen, — der fünfte, unpaarige Arm wird dabei nach vorn oder nach hinten ausgestreckt; das Tier legt auf dieser Weise bis auf 180 cm in der Minute zurück, wogegen die paläozoischen ophiurenartigen Formen (*Oegophiuroida*), den Seesternen gleich, auf dem Boden dahinkrochen und sich bedeutend langsamer fortbewegten, d. h. in der Minute 10, selten mehr als 30—60 cm zurücklegten.

Die Ophiuren der Gegenwart stellen eine kräftige, lebensfähige Gruppe dar, die in den verschiedensten Bedingungen von Klima und Med um ihre Existenz fristet: Tiefe des Wasserbeckens, Substratbeschaffenheit u. a. m., jedoch das Salzgehalt des Seewassers ausgenommen, dessen Schwankungen von ihnen oft nur mit Mühe oder auch gar nicht ertragen werden. Die Ophiuren kommen in allen Meeren unter verschiedenen geographischen Breiten vor, die am weitesten verbreiteten Arten haben, allem Anscheine nach, auch die weiteste bathymetrische Umgrenzung.

Die äusserstgeringe Anzahl von russischen paläontologischen Arbeiten, welche diese Klasse behandeln, ist teilweise als Resultat besagter Eigentümlichkeiten anzusehen, obwohl die Hauptrolle hierbei dennoch zweifellos auf die ausseroredentliche Seltenheit ihrer Funde in den Grenzen unseres Landes fällt.

In der russischen Literatur gibt es eine kurze Abhandlung von P. Lahusen in seiner Monographie: „Die Versteinerungen der weissen Kreide ormation im Gouvernement Simbirsk", in der er unter dem Namen von *Ophiura subcylindrica* Hag." zwei Ophiurenwirbel beschreibt, welche in der Nähe des Dorfes Jasykowo im Gouvernement Simbirsk gefunden worden sind. und die er mit den von Hagenow beschriebenen Ophiuren der Oberkreide-formation der Insel Rügen vergleicht (1). Nachdem ich von diesen beiden Aufsätzen Kenntnis genommen, muss ich die starke Ähnlichkeit zwischen der Armplattenbildung der von beiden Verfassern beschriebenen Formen mit derjenigen von Ophiuren der Gegenwart *Ophiomusium scalare* Matsumoto feststellen; durch das Fehlen der Scheibe bei den Fossilformen ist uns jedoch die Möglichkeit genommen, die Frage von dem Verwandtschafts-grad beider Arten definitiv zu klären. Als einziges unterscheidendes Merkmal zwischen fossilen und gegenwärtigen Individuen können — soweit es nach den defekten und zerstückelten Überresten zu urteilen möglich ist — die ungleichen Dimensionen ihrer Arme gelten.

In den miozän-tufogenen Ablagerungen der Westküste Sachalins, in den über dem oberdnischen Schichtenkomplex liegenden Schichten hat M. Krištofovič Ophiurenüberreste nebst Insekten, Pflanzen u. a. m. aufgefunden. Diese Überreste sind von keinem Forscher beschrieben worden.

Im Jahre 1933 erhielt ich von Geologen des NGRI, I. Plešakov 4 Stufen mit Überresten von Ophiuren, welche er im Gebiet des Flusses Daga gefunden hatte, und zwar auf dem östlichen Abhang der ostsachalinier Gebirgskette, in den oberen Schichten des Schichtenkomplexes der Daga, der den ehemals kohlenhaltigen und den über ihm liegenden Schichtenkomplex Sachalins vereinigt. Die in diesen Schichten gesammelte Mollu-kenfauna ist als obermiozänisch und als nahe verwandt mit der Obermiozänfauna Kaliforniens definiert worden, ebenfals Überreste von Ophiuren gefunden worden sind. Bei Bearbeitung besagter Formen habe ich vielfach von den Arbeiten und Ratschlägen der Zoologen D. Fedotov, A. Djakonov, sowie auch von H. L. Clark, Martensen und Matsumoto Gebrauch gemacht. Folgende Arten sind definiert worden:

Ophiocten miocaenicum n. sp.

Die Art *Ophiocten* zeichnet sich durch folgende Merkmale aus: scharfer Scheibenrand, darauf mit nicht sehr tiefen Ausschnitten an der Armbasis; feine, die Scheibe deckende Schüppchen, grössere primäre Platten. Die neue Art, die sich auf dem Gestein von der Ventralseite abgedrückt hatte, zeichnet sich durch fast gleich grosse rechteckige Mundsaugwarzen aus; ferner, durch kurze, abgerundete Mundkiefer, äusserst grosse, beinahe quadratische orale und schmale, lange, unregelmässig geformte Adoralplatten. Die nicht sehr starken und nicht sehr breiten, ziemlich langen Arme, sind mit quergezogenen, rechteckigen, einander nicht berührenden Schildern mit erhöhtem, dachförmigem Innenrande und langen, unregelmässig- viereckigen, querliegenden Seitenschildern, die sich auf der Mittellinie mit den gegenüberliegenden Schildern berühren, bedeckt. Diese Art steht mit der pazifischen *Ophiocten pacificum* nahe, sticht jedoch von ihr durch die Form ihrer oralen und adoralen Schilder ab, sowie auch durch die Form der Armschilder und durch den Bau des Mundkieferapparats.

Ophiocten sp.

Ein Dorsalabdruck kleiner Stücke vom Arme der Ophiure. Die Scheibe selber fehlt, ihr Rand jedoch ist unverletzt, hat flache Tentakelporen mit feinen Saugwarzen besetzt, welche den Armgrat bilden. Die Radialplatten sind nicht gross, nach unten zu abgerundet, nach oben — zugespitzt, durch schmale Zwischenräume getrennt. Die viereckigen Dorsalplatten sind distal-konvex und ihr Aussenrand ist breiter als der konkave Innenrand. Sichtbar sind blos die schmalen Teile der Seitenplatten. Geradlinige, spitze, schrägstehende Stacheln, etwas länger als die Plattenränder.

Möglich ist es schon, dass diese Überreste gleichfalls der angeführten Art analog sind, jedoch kann ich mich nicht entschliessen, sie vollständig zu identifizieren, da einige zur Definition notwendige Teile nicht vorhanden sind.

Amphiophiura aenigma n. sp.

Die Art *Amphiophiura* ist vom japanischen Zoologen Matsumoto aus der über die Massen verbreiteten Art *Ophiura* s. s. ausgesondert worden. Die auf der Insel Sachalin aufgefundenen Ophiuren sind von mehr oder minder grossen Armstücken vertreten, welche, dick und muskulös am Scheibenrand sind, und gegen das Ende hin schnell abnehmen. Die zwei ersten Ventralplatten sind sehr breit; oval geformt. Die nächstliegenden Platten sind rhomboidal, in die Breite gezogen; ihre zwei Aussenseiten sind bogenartig vereint, die Innenseiten — leicht konkav. Die Ventralplatten berühren sich auf der ganzen Armlänge, demzufolge sind die auf entgegengesetzten Rändern gelegenen Seitenplatten von einander getrennt. Ihr Umriss gleicht jedoch demjenigen der Ventralplatten. Die Oberfläche der Platten ist konvex; sie sind von einander durch tiefe Furchen getrennt. Die Stacheln sind kurz, dick, zylindrisch, je drei auf der Platte. Die Tentakelporen sind mit etlichen Schuppen versehen. Diese Formen weisen eine entschiedene Ähnlichkeit mit *Amphiophiura pomphophora* auf, ungeachtet einiger verhältnismässig kleiner, jedoch wesentlicher Abweichungen in der Form der Platten.

Zoologisches Institut der Akademie
der Wissenschaften der UdSSR.
Leningrad.

Eingegangen
d. 14. IX. 1934.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА — LITERATUR

[1] Fr. von Hagenow. Neues Jahrb. für Min., 1840, H. 6.